博士学位論文

利他性と公的年金制度の経済分析―ＯＬＧモデルによる理論分析

〔 An Economic Analysis on Altruism and Public Pension Systems
―A Theoretical Analysis in Overlapping Generations Model 〕

2013 年度

久保 和華

熊本学園大学大学院

経済学研究科経済学専攻

目次

第 1 章　序論　1

1.1　本論文の目的　1
1.2　本論文の構成　3

第 2 章　基本モデル　7

2.1　joy-of-giving 型利他性ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau model）　7
2.2　人的資本 (Becker 型) 利他性ＯＬＧモデル (Lambrecht,Michel and Vidal model)　12
2.3　小塩 - 安岡モデル　16

参考文献　21

第 3 章　OLG モデルによるパターナリズムと財政政策の理論分析　23

3.1　はじめに　23
3.2　モデル　24
3.3　均衡　29
3.4　最適政策　33
3.5　子育て支援政策　34
3.6　おわりに　35

参考文献　45

第 4 章　OLG モデルによる利他的行動と人的資本　47

4.1　はじめに　47
4.2　モデル　49
4.3　均衡　51
4.4　おわりに　54

参考文献　57

第 5 章　世代型政権と公的年金制度　59

5.1　はじめに　59

5.2 賦課方式公的年金制度下の主体均衡 60
5.3 世代型政権の最適年金政策 62
5.4 無限期間政府の最適年金政策 66
5.5 おわりに 72

参考文献 77

第 6 章 公的年金制度の 2 地域経済分析 79

6.1 はじめに 79
6.2 年金統合・資本市場開放モデル 81
6.3 年金統合無しで資本市場開放の経済（2 地域で独立の年金制度と資本市場開放） 87
6.4 年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済（1 地域モデルに相当） 90
6.5 子育て支援政策を導入した経済 91
6.6 おわりに 95

参考文献 99

第 7 章 結論 101

第 1 章

序論

1.1 本論文の目的

本論文は，従来分析されている親から子供への一方向利他的な世代重複モデル（ＯＬＧモデル）に賦課方式公的年金制度と子供から親への利他性を導入した賦課方式公的年金制度型双方向利他性ＯＬＧモデルを構築して，利他性の政策や経済への影響を長期的・短期的関連性やそれらの種々の政策的インプリケーションを考察している．

本論文の目的は，賦課方式公的年金制度や介護保険制度という社会保障制度の役割を補足する要素の必要性に着目して，利他性をとりあげ，従来から分析されている親から子供への利他性のみならず子供から親への利他性がそれらにより誘発される利他的行動（子供への遺産相続・教育投資や私的な家族内所得移転）や公的年金政策や経済への効果や関連性を短期的および長期的に（主に定常状態で）理論的分析やシミュレーション分析することである．

本論文の背景には，公的年金制度を中心として社会保障制度が重要な役割を果たしているが，高い高齢化率と速い高齢化のスピードをもつ日本では，一層の高齢化や人口減少の進展に伴い介護の問題の深刻さも顕著になり，これは日本のみならず今後世界各国でも無視しえない問題となってくることが予想されることからも，高齢化が進めば公的年金制度のような公的な社会保障制度のみでは十分対応できない部分が存在し，それを補う要素として介護・私的な家族内所得移転や教育・遺産といった親・子間の利他的な行動に着目することは，家族の機能が薄れつつある現代においても意味のあることであろうと考えられることがある．

利他性に関する先行研究は以下のような流れがある．利他性を王朝型効用関数を用いて導入した Barro(1974) は，当該世代から次期の世代への遺産あるいは当該世代から前期の世代への贈与が意図的であれば，公債中立性の結果は保持されると注意深く指摘していた．Barro(1974) の分析の 2 点の強みは，公債中立性命題は当該世代の前後世代の双方向に適用できることと隣接する前後世代の効用に着目していることであるが，残念なことに，それらの利他性の定式化がなされていなかった．

その後，Barro(1974) の指摘を反映して Abel(1985，1987)，Kimball(1987) は利他性の定式化を試み，Kimball(1987) は当該世代の前後に無限先までの世代の効用関数の総和に変更して，動学的非効率性を双方向の利他性が存在する場合も除外できず，特定のパラメーターの値に対して贈与誘因が動学的効率性を保証することを明らかにしている．

また，Michel and Pestieau(1998) は，Barro(1974) と Diamond(1965) の mix of standard models に相当し，親から子供への一方向の Dynastic 効用関数と遺産をもつ利他的個人と利己的個人が共存する経済を想定した 2 期間生存ＯＬＧモデルで，賦課方式公的年金や相続税等の財政政策が資本労働比率へ与える影響や両タイプの個人の厚生を定常状態において分析している．

パターナリズムとは利他主義の一種であり，パターナリスティックな利他性の仮定下では親は遺産は子供にとって良いことという見解のもとで行動しており，パターナリスティックな遺産は親の効用関数に一種の消費財として入るので，bequest-as-consumption models　あるいは joy-of-giving models と呼ばれている．Andreoni(1990) はこのパターナリスティック利他性を“warm glow”giving として引用している．Michel and Pestieau(2001, 2004) は, 親から子供への一方向の利他性をもち, 遺産を残すことに親は喜びを感じるという joy-of-giving 型で生産存在の 2 期間生存ＯＬＧモデルを展開して課税政策を分析しており，さらに Michel and Pestieau(2004) は社会厚生関数に利他的選好を評価した Harsanyi(1995) と利他的選好を除外することを採用した Hammond(1988) の二つの極端なケースを組み合わせた一般的な特定化を採用して，財政政策について分析している．

人的資本型ＯＬＧモデルの Stephane Lambrecht,Philippe Mechel and Jean-Pierre vidal（2001）は，Becker(1991) で採用された利他性の仮定を踏襲して，利他的な親が教育と遺産を通じて自分の子供の所得に影響を与えるという人的資本型 OLG モデルにおいて，公的年金制度の規模と経済成長の関係を考察している．Becker(1991) は，joy-of-giving 型の利他主義ではなく，自分の子供の効用に関心を持っているのでもなく，両親は自分の子供に与える教育と相続させる遺産によって影響を与えることができる自分の子供の将来の所得に関心を持つという利他主義を仮定している．

さて公的年金制度について，Cigno(1992) は子供が担ってきた親孝行（老親扶養）の役割を社会化するための社会的装置であるとらえ，これは高齢保障仮説（old-age security hypothesis）と呼ばれる．Zhang and Nishimura(1993) は「親孝行の社会化」のための装置である公的年金が拡充されれば，資本財としての子供に対する需要はその分弱まることになることを明らかにした．これに対して，Sinn(2004) は，子供が生まれない場合に社会全体で老後の世話をしてもらうという，いわば出生保険（fertility insurance）として賦課方式の公的年金を根拠づけている．この場合も公的年金が拡充すれば子供に対する需要が減少するという点では基本的に同じ効果が発生する．Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) も，公的年金の存在によって出生率が低下することを示している．小塩-安岡モデルは，Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) の枠組みを参考にしつつも，子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避するための条件（公的年金の規模の上限）を導出し，子育て支援の導入によってそうした条件がどのように緩められるかという点についても検討を加えて，公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論している．

本論文では，特に，joy-of-giving 型利他性 2 期間生存ＯＬＧモデル，Becker 型利他性 3 期間生存モデルや人口内生化モデルである小塩-安岡モデルから，子供から親への利他性を追加した双方向利他性ＯＬＧモデルに拡張して，二つの利他性（親から子供への利他性，子供から親への利他性），政府行動，地域比較などを（具体的には政府のコミットメント期間や二つの地域）を導入して拡張したモデルにおいて，利他性の政策や経済への影響を長期的・短期的関連性やそれらの種々の政策的インプリケーションを考察している．

その中で，公的年金制度，私的な所得移転である子供から親への家族内所得移転や親から子供への遺産，と利他性のトレードオフ関係について，利他性の方向や程度，あるいは子供や親をどのようにとらえるかによって影響を受けることも考察している．

1.2　本論文の構成

本論文は以下のように構成される．1 章では，本論文の目的と本論の構成を説明する．

第 2 章「基本モデル」では，本論文の基本モデルとなっている joy-of-giving 型の親から子供への (一方向) 2 期間生存利他的ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau 2004 モデル）,Becker 型人的資本 3 期間生存ＯＬＧモデル（Lambrecht, Michel and Vidal 2001 モデル）および人口内生化モデルである小塩-安岡モデルを紹介する．

第 3 章「ＯＬＧモデルによるパターナリズムと財政政策の理論分析」では，親も子供も双方共に想いあうという利他的選好が存在している事実に着目をして，これまでの理論的な研究において主流であった親から子供への一方向利他性の仮定をもつ 2 期間生存ＯＬＧモデルに，特に親が子供に遺産を残すことに喜びを感じるという joy-of-giving 型 (bequest- as-consumption 型とも呼ばれる) 一方向利他性 2 期間生存生産有ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau モデル）に，子供から親への利他性を追加した双方向利他性（本論文ではパターナリステックな利他性と呼ぶ）の仮定と，親から子供への遺産と子供から親への家族内所得移転いう利他的行動と自分の介護費用を導入して，修正賦課方式公的年金制度が存在し生産が存在しない経済下で，joy-of-giving 型双方向 2 期間生存ＯＬＧモデルを展開し，定常解を導出し，二つの利他性パラメータ（親から子供，子供から親への利他性）や自分自身の介護費用や財政政策（公的年金政策（保険料政策）や相続税政策や財源方式）が定常解に与える効果を比較静学分析する．定常均衡とパターナリズム，動学的効率性，公的年金財源方式（一括税型賦課方式年金制度と相続税を財源に加えた修正賦課方式年金制度の 2 種類）の関係を分析して，利他性を評価する政府の財政政策・公的年金制度の役割とパターナリズムの関係を考察するものである．さらに遺産相続税を優遇する子育て支援政策を導入した場合も考察している．

小国開放経済下の公的年金制度をもつ joy-of-giving 型双方向利他性 2 期間生存ＯＬＧモデルに拡張して，双方向利他性と自分の介護費用と財政政策が定常解に与える効果を比較静学分析して，パターナリズム（特に親への利他性）と自分の介護費用の存在が定常解や政策効果に与える影響について考察を行ない，動学的効率性（過少資本蓄積のケース）および公的年金制度財源の観点からまとめている．その結果，双方向の利他性と財政政策の定常状態における家族内所得移転と遺産への効果は，利子率と人口成長率の大小関係つまり動学的効率性か非効率性かということと公的年金制度財源方式の種類に依存すること，財政政策が定常解に与える効果は利他性の存在によって弱められること，修正賦課方式年金制度下で利他性を評価する政府の最適政策は相続税を課し公的年金制度をなくすことであることが得られた．これは公的年金制度と利他性が代替的な役割を持っていることが示唆される結果である．

特に，子供から親への利他性の大きさが家族内所得移転に与える影響は人口成長率と利子率の大小関係によって逆方向になることが得られた．

第 4 章「ＯＬＧモデルによる利他的行動と人的資本」では，親が子供の将来の所得が増えることを願って子供に教育を与えて人的資本を形成する Becker 型 (family altruism 型

とも呼ばれる) 一方向利他性 3 期間生存生産有ＯＬＧモデルに，賦課方式公的年金制度が存在する経済下で子供から親への利他性と子供が親に家族内所得移転を行なうという利他的行動を導入して拡張した Becker 型双方向利他性 3 期間生存生産有ＯＬＧモデルを構築して，均衡の動学過程，物的資本ストック・人的資本ストック比率の定常解の存在と一意性と局所的安定性を確認する動学分析を行ない，親から子供，子供から親への二つの性利他性が物的資本ストック・人的資本ストック比率や教育投資人的資本比率に与える影響の比較静学分析を長期において行なう．人的資本形成が存在するＯＬＧモデルの中で二つの利他性が経済（成長率）や教育投資人的資本比率（の成長率）に与える効果を考察するものである．

ここでは貯蓄と遺産（子供への利他的行動）の二つのルートを通した物的資本ストック形成と教育（子供への利他的行動）による人的資本ストック形成によって影響を受けている経済を考えており，子供への利他性による経済成長へのプラス効果と親への利他性によるマイナス効果も明らかになり，その全体効果を人材の質の観点から経済成長を高めるような人的資本蓄積（教育支援等）に関する支援などの新たな展開を検討する必要があることが示唆される結論を得ている．また親への利他性と子供への利他性が物的資本ストック・人的資本ストック比率に与える効果は逆であることが明らかになった．

第 5 章「世代型政権と公的年金制度」では，従来のＯＬＧモデル下で最適政策を論じる先行研究で仮定されている無限視野の政府は，各期間政策をコントロールして，つまり政府は政策を毎期コミットメントして，無限期間の最適政策を導いている．しかし，現実には，公的年金制度や介護保険制度などの社会保障制度は賦課方式の財源調達であることと被保険者が公的年金制度の対象となる期間が長いことを考慮すると，公的年金保険料や公的年金給付金の公的年金政策は公的年金制度の被保険者が加入者，受給者として存在する期間内は一貫性をもった政策であることが要求される．

そこで，ｔ期に勤労世代であるｔ世代から支持を得てｔ世代が勤労期のｔ期と引退期のｔ＋１期に一貫した公的年金政策を実施する政府であるとするｔ期における世代型政権を仮定して，joy-of-giving 型双方向利他性 2 期間生存生産無ＯＬＧモデルの中で，世代ごとの意思決定をモデル化した世代型政権の公的年金政策について定常状態において分析して，世代の公的年金政策に関する主張を反映する政府である場合について考察を行なう．

ｔ期における世代型政権は，ｔ期の勤労期のｔ世代と自分達の年金保険料を支払ってくれるｔ＋１世代の二つの世代を政策ターゲットとして（ｔ期にｔ世代は自分達）ｔ世代の給付金つまりｔ＋１世代の年金保険料を決定してくれる最適公的年金政策（最適公的年金保険料金）を定常状態において導出して分析する．そして無限期間の政府の下での最適公的年金政策と比較をする．

その結果，世代型政権を仮定すると定常状態における最適公的年金保険料が決定されることを得ている．またシミュレーションの分析をして，動学的効率性（過小資本蓄積つまり利子率が人口成長率より大である）の場合をまとめている．

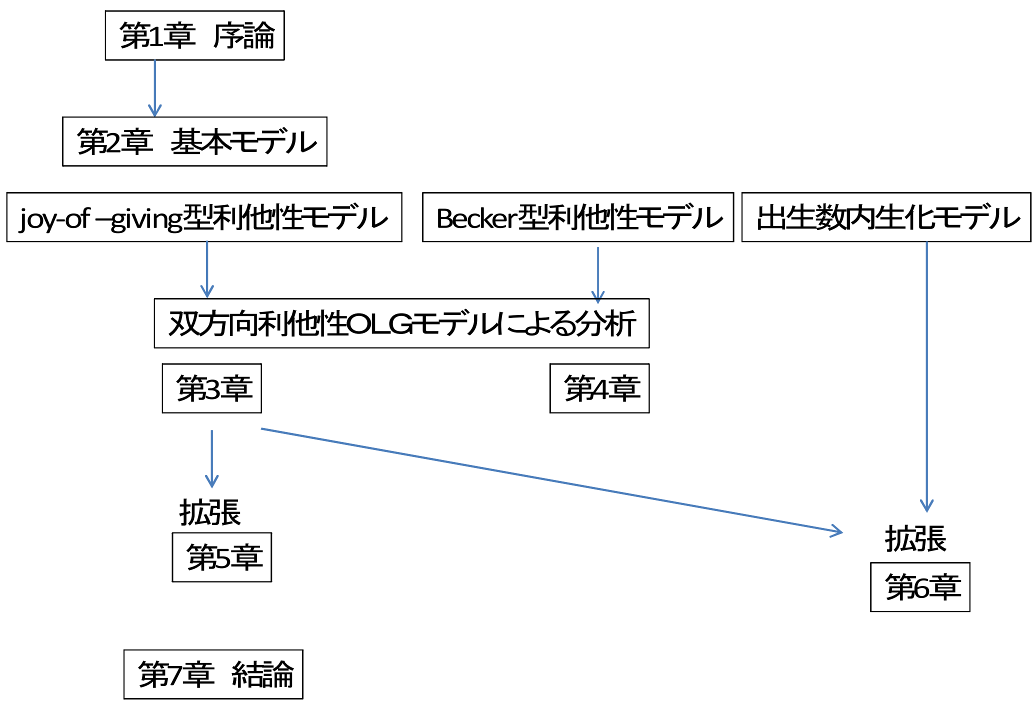
第 6 章「公的年金制度の 2 地域経済分析」では，小塩-安岡モデルを 2 地域も拡張し，公的年金制度が地域統合された場合と分離した場合を資本市場の統合と分離の場合に分けて，年金政策の長期均衡の特徴を考察する．賦課方式確定拠出型公的年金制度が存在する経済下で，資本市場の自由化により資本市場が開放され，公的年金制度も統合された場合を想定して，子供への教育支出と親への家族内所得移転をもつ人口成長率内生化型の 1 財生産 2 期間生存 2 地域ＯＬＧモデルを構築して，公的年金政策が長期均衡解や経済に与え

る影響を分析する．さらに子育て支援政策が導入された場合も分析する．そして 2 地域モデルに拡張したことによる結論を考察する．

主な結果は，資本市場開放下で 1 地域モデルを 2 地域モデルに拡張すると，年金統合の有無や子育て支援政策の有無に影響を受けずに，公的年金制度の充実（年金給付率の引上げ政策）は子供数を減少させるというものであり，公的年金政策が子供数へ与える効果は 1 地域モデルの先行研究と同様であった．また地域を特色づけるそれぞれの要因が子供数へ与える効果を調べることもできた．そして 2 地域に拡張したことにより，年金統合・資本市場開放モデルでは，$A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c のケースで全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しないこと，さらに $c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A のケースで地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく，両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与えることがわかった．年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済では，子育てコストに地域がある場合，2 地域に拡張したことにより $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が平均化すること，子育てコストの弾力性に地域差がある場合も $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が平均化することがわかった．

第 7 章では本論文の各章で得られた主要な結論を整理し，さらに今後に残された諸課題と拡充の方向性について指摘する．

本論文の章構成については，次のチャートで示される．



本論文の構成

第 2 章

基本モデル

本章では，従来研究されてきた親から子供への一方向利他性 OLG モデルとその特徴を解説する．これらは次章以降で拡張展開する基本モデルである．まず joy-of-giving 型利他性ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau model）を，次に人的資本（Becker 型）利他性ＯＬＧモデル（Lambrecht,Michel and Vidal model)，最後に出生数内生化モデルの小塩-安岡モデルを概観する．第 1 節は joy-of-giving 型利他性 2 期間生存 OLG モデルであり，第 2.2 節は人的資本（Becker 型）利他性 3 期間生存 OLG モデルであり，第 3 節は人口成長率内生化 OLG モデルである小塩 - 安岡モデルである．

2.1 joy-of-giving 型利他性ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau model）

本節では，joy-of-giving 型利他性ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau model）を概観する．joy-of-giving 型利他性とは，効用関数の中に遺産が入っており，遺産を子供に残すことによって効用を得るという利他性である．利他性には効用関数の中に子供の効用を入れるもの，本節のように遺産を入れるもの，次節で説明する子どもの将来の予想可処分所得を入れるものがあるが，joy-of-giving 型利他性は明示的な解や性質を導くために有用な利他性の定式化の 1 つである．Michel and Pestieau（2004）は所得比例的所得税，一括税，相続税の租税が入っているモデルで関数形を一般化して，最適課税，次善の解を導出している．３章で公的年金制度を導入して解を明示的に導出するために，joy-of-giving 型利他性を採用している Michel and Pestieau（2004）の租税をはずして，効用関数を対数関数に，生産関数をコブダグラス型に特定化したモデルで，家計と企業の行動を説明して均衡を短期と定常状態で求めることにする．Michel and Pestieau（2004）では親から子供への利他性を 1 であると仮定しているが，本節では利他性の程度を明示的に導入している．

2.1.1 家計

まず家計を見てみよう．経済の任意の t 期には，t 世代の若年期の家計 L_t 人（既知）と t − 1 世代の老年期の家計 L_{t-1} 人（既知）が存在している．家計は 2 期間生存し，同質的であるとする． t 世代は t 期に働き， t + 1 期は引退する．t 世代の家計は，若年期（t 期）に親から前期決定変数の遺産 x_t を相続し，非弾力的に労働を 1 単位供給して所得 w_t

(given) を稼いでいる．可処分所得を自分自身の若年期の消費 c_t と貯蓄 s_t にふりわける．c_t, s_t は t 世代の家計の内生変数である．そして t ＋ 1 期には所与の外国利子率 r_t の下で貯蓄収益 $(1 + r_t)s_t$ を受け取る．人口成長率 n は定数で given とする．t 世代の家計は，老年期（t ＋ 1 期）に受け取った貯蓄粗収益 $(1+r_t)s_t$ を老年期の消費 d_{t+1} と $1+n$ 人の子供（t ＋ 1 世代）への遺産 $(1+n)x_{t+1}$ にふりわける．d_{t+1} と x_{t+1} は内生変数である．

t 世代の家計の効用関数は，次の 3 項の和から構成される．第 1 項は t 世代の t 期の（若年期の）消費から得られる効用，第 2 項は t 世代の t ＋ 1 期の（老年期の）消費から得られる効用，第 3 項は子供（t ＋ 1 期世代）へ遺産を残すことから得る効用である．第 1 項と第 2 項の和は t 世代の自分自身の生涯消費から得る効用の割引現在価値を表している，ここに家計に子供を想う利他性の程度 a（Michel and Pestieau（2004）では 1 を仮定）を導入する． t 世代の家計の t+1 期の効用は時間選好率 $\beta(0 < \beta < 1)$ によって割り引かれている．

t 世代の家計の効用関数は，以下の対数関数に特定化する．

$$u_t = \log c_t + \beta \log d_{t+1} + a \log x_{t+1} \tag{2.1}$$

家計の若年期と老年期の予算制約は，それぞれ

$$w_t + x_t = c_t + s_t \tag{2.2}$$

$$(1 + r_{t+1})s_t = d_{t+1} + (1 + n)x_{t+1} \tag{2.3}$$

である．これらの予算制約のもとで，家計は x_t, w_t, r_{t+1}, n を given として自分自身の効用関数を最大化するように c_t, d_{t+1}, x_{t+1} の配分を決定する．

家計の効用最大化の 1 階条件は，以下のとおりである．

$$\frac{d_{t+1}}{c_t} = \beta(1 + r_{t+1}) \tag{2.4}$$

$$\frac{d_{t+1}}{x_{t+1}} = \frac{\beta(1 + n)}{a} \tag{2.5}$$

効用最大化の 1 階条件式（2.5）と（2.6）を若年期，老年期のそれぞれの予算制約式（2.2）と（2.3）から得た生涯予算制約式

$$w_t + x_t = c_t + \frac{d_{t+1} + (1 + n)x_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \tag{2.6}$$

に代入して，若年期消費

$$c_t^* = \frac{1}{(1 + \beta + a)}(w_t + x_t) \tag{2.7}$$

を得る．(2.7) 式を 1 階条件式に代入して，老年期消費，子供に残す遺産も，それぞれ

$$d_{t+1}^{*}=\frac{\beta(1+r_{t+1})}{(1+\beta+a)}(w_t+x_t) \tag{2.8}$$

$$x_{t+1}^{*}=\frac{a(1+r_{t+1})}{(1+n)(1+\beta+a)}(w_t+x_t) \tag{2.9}$$

と導出した．

(2.2) に (2.7) を代入して，貯蓄関数

$$s_t^{*}=\frac{(\beta+a)}{(1+\beta+a)}(w_t+x_t) \tag{2.10}$$

を得る．

2.1.2 企業

次に企業を見てみよう．t 期の代表的企業の生産関数は，

$$Y_t=K_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha} \tag{2.11}$$

である．$0<\alpha<1$ は資本分配率である．この企業の利潤は

$$\Pi_t=K_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha}-(1+r_t)K_t-w_tL_t \tag{2.12}$$

である．要素需要は，

$$w_t=(1-\alpha)AK_t^{\alpha}L_t^{-\alpha}=(1-\alpha)k_t^{\alpha} \tag{2.13}$$

$$1+r_t=R_t=\alpha k_t^{\alpha-1} \tag{2.14}$$

である．但し，資本労働比率は $\frac{K_t}{L_t}$ は k_t，総収益率 R_t は $1+r_t$ である．

2.1.3 均衡

均衡を見ることにしよう．資本市場均衡条件は

$$K_{t+1}=L_ts_t \tag{2.15}$$

より，

$$s_t=\frac{K_{t+1}}{L_t}=\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t}=k_{t+1}\frac{(1+n)L_t}{L_t}=(1+n)k_{t+1} \tag{2.16}$$

したがって，$k_{t+1}=\frac{s_t}{(1+n)}$ と変形できる．資本市場均衡条件は，この式に貯蓄関数 (2.10) と要素需要関数 (2.13) と (2.14) を代入して，

$$k_{t+1}^{*}=\frac{(\beta+a)\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha}+x_t\}}{(1+n)(1+\beta+a)} \tag{2.17}$$

となる（短期均衡経路の意味で * をつける）．均衡では，勤労期の消費，引退期の消費，遺産は，それぞれ

$$c_t^* = \frac{1}{(1+\beta+a)}\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha} + x_t\} \tag{2.18}$$

$$d_{t+1}^* = \frac{\beta\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}}{(1+\beta+a)}\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha} + x_t\} \tag{2.19}$$

$$x_{t+1}^* = \frac{a\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}}{(1+\beta+a)(1+n)}\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha} + x_t\} \tag{2.20}$$

である．

動学のプロセスを見てみよう．2 変数の動学方程式は（2.17）と（2.20）の連立方程式になっている．遺産の初期値 x_t と資本労働比率の初期値 k_t が与えられると（2.17）より k_{t+1} が得られ，さらに（2.20）から x_{t+1}^* が得られ $x_{t+1}^* = \frac{a\alpha k_{t+1}^{\alpha}}{\beta+a}$ である．同様にして d_{t+1}^* も得られる．また（2.18)，(2.19) は $c_t^* = \frac{1}{(1+\beta+a)}\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha} + \frac{a\alpha k_t^{*\alpha}}{\beta+a}\}, d_{t+1}^* = \frac{\beta\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}}{(1+\beta+a)}\{(1-\alpha)k_t^{*\alpha} + \frac{a\alpha k_t^{*\alpha}}{\beta+a}\}$ となる．資本労働比率は,

$$k_{t+1}^* = \frac{\{\beta(1-\alpha)+a\}k_t^{*\alpha}}{(1+n)(1+\beta+a)} \tag{2.21}$$

である．これを k_t で微分すると

$\partial k_{t+1}/\partial k_t \mid_{k_t=0} = \frac{a\{(\beta+a)(1-\alpha)+a\alpha\}k_t^{\alpha-1}}{(1+\beta+a)(1+n)} > 0,$

$\partial^2 k_{t+1}/\partial k_t^2 \mid_{k_t=0} = \frac{a(\alpha-1)\{(\beta+a)(1-\alpha)+a\alpha\}k_t^{\alpha-2}}{(1+\beta+a)(1+n)} < 0$ であるので，$|\partial k_{t+1}/\partial k_t| < 1$ を満たすパラメータの時に資本労働比率は局所安定的な解をもつ.

さて定常状態を見てみよう．定常状態とは $x_t = x_{t+1} = x^*, k_t = k_{t+1} = k^*, d_t = d_{t+1} = d^*, c_t = c_{t+1} = c^*$ である．定常状態において，資本労働比率 k^* は，（2.17）の定常状態での式より

$$k^* = \left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{(1+n)(1+\beta+a)}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{2.22}$$

である．

定常状態における資本労働比率 k^* の性質を見てみることにしよう．親から子供への利他性が資本労働比率に与える影響を比較静学すると，次の結果が得られる．

$$\frac{\partial k^*}{\partial a} > 0, \tag{2.23}$$

資本分配率，時間選好率，人口成長率が定常状態における資本労働比率に与える影響も比較静学する．

$$\frac{\partial k^*}{\partial \alpha} = \left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{(1+n)(1+\beta+a)}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{1}{1-\alpha}\left[\frac{1}{1-\alpha}\log\left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{(1+n)(1+\beta+a)}\right\} - \frac{\beta}{\beta(1-\alpha)+a}\right] \tag{2.24}$$

より，$\frac{\partial k^*}{\partial \alpha}$ の符号判定はパラメータ a, n, α, β の値に依存する．

$$if \quad \frac{1}{a} \gtreqless \frac{\alpha}{1-\alpha}, \frac{\partial k^*}{\partial \beta} \gtreqless 0 \tag{2.25}$$

より，親から子への利他性の逆数が資本分配率と労働分配率の比率よりも大（小）であれば時間選好率の上昇は定常状態における資本労働比率に正 (負）の効果を与える．

$$\frac{\partial k^*}{\partial n} < 0. \tag{2.26}$$

より，人口成長率は定常状態における資本労働比率に負の効果を与える．

定常状態における均衡での勤労期の消費 c^*，引退期の消費 d^*，遺産 x^* は，それぞれ

$$c^* = \frac{1}{\beta+a}\left(\frac{1}{1+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{1+\beta+a}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{2.27}$$

$$d^* = \frac{\alpha\beta\{\beta(1-\alpha)+a\}}{(\beta+a)(1+\beta+a)}\left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{(1+n)(1+\beta+a)}\right\}^{\frac{2\alpha-1}{1-\alpha}} \tag{2.28}$$

$$x^* = \frac{a\alpha}{\beta+a}\left\{\frac{\beta(1-\alpha)+a}{(1+n)(1+\beta+a)}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{2.29}$$

である．c^*，d^*，x^* をパラメータ a, n で比較静学すると次の結果を得る．

$$a \gtreqless \frac{1}{\alpha} - (1+\beta) \text{ を仮定すると}, \frac{\partial c^*}{\partial a} \gtreqless 0. \tag{2.30}$$

$\frac{\partial c^*}{\partial a}$ の符号はパラメータ a, β, a, n で値に依存する．効用関数の３つの項のウェイトの和が資本分配率の逆数より大 (小）を仮定すると親から子への利他性 a の定常状態における均衡での勤労期の消費 c^* への効果は正（負）になる．

$$\frac{\partial x^*}{\partial a} > 0, \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial n} < 0, \tag{2.32}$$

$$if \quad \alpha \gtreqless \frac{1}{2}, \frac{\partial d^*}{\partial n} \lesseqgtr 0, \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial n} < 0, \tag{2.34}$$

より，利他性が定常状態における均衡での遺産へ与える効果は正であり，人口成長率が定常状態における均衡での勤労期の消費や遺産に与える効果は負である．資本分配率が 1/2 より大（小）であるならば人口成長率が定常状態における均衡での引退期の消費に与える効果は負（正）である．

Michel and Pestieau（2004）では定常解 k^* での性質は導出されておらず，本節では定常解の定性まで導出した．

2.2　人的資本（Becker 型）利他性ＯＬＧモデル（Lambrecht,Michel and Vidal model)

本節は親は自分の子供の幸せすなわち将来の子供の可処分所得に関心をもっているという利他性を採用した Lambrecht,Michel and Vidal (2005) のモデルを説明する．このモデルの基本的なフレームワークは Allais(1947)，Samuelson(1958)，Diamond(1965) の

OLG モデルである．Becker(1991) が子供の富と子供への支出は異なることを指摘したが，親は子供の将来の所得を増やす人的資本（教育）と物的資本（遺産）での移転間のトレードオフに直面するという Becker(1991) の人的資本の定式化を踏襲している．

本節も第 2.1 節同様に親から子供への一方向利他性であるが，第 2.1 節は子どもに残す遺産が親の効用関数の中に入って評価されるが，本節の特徴は子どもに残す遺産を含めた子供の将来の予想可処分所得が親の効用に評価される点である．また，親が子供に教育を行って子供の人的資本を高めることによって子供の将来の労働効率つまり労働の質が高まり，子供の将来の予想可処分所得が高まるという特徴を持っている．子供の将来の予想可処分所得の増加は，人的資本の高まりを反映した効率労働力の上昇による所得の増加と受け継いだ遺産による所得の増加という二つのルートを通してもたらされるという構造をもっている．以下はモデルの概要である．

2.2.1　家計

代表的家計は幼少期，勤労期，引退期の 3 期間生存する．ｔ期には，引退期のｔ－２世代が L_{t-2} 人，勤労期のｔ－１世代が L_{t-1} 人，幼少期のｔ世代が L_t 人存在する．人口成長率 n は外生的に与えられている．幼少期は親に養ってもらって教育を受けると仮定する．家計の効用は，勤労期の消費と引退期の消費を評価した自分自身の生涯効用，自分の子供の勤労期の予想可処分所得と子供への利他性の程度 a で評価した効用の和である．

ｔ－１世代の家計の効用関数は

$$u_t = (1-\gamma)\log c_t + \gamma \log d_{t+1} + a \log Q_{t+1}, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma \tag{2.35}$$

である．

ｔ－１世代の家計は，勤労期に，親から遺産 x_t を相続して，幼少期に h_{t-1} の人的資本を体現している親から e_{t-1} の私的な教育支出をしてもらってうけた教育によって人的資本 h_t を体現しており，非弾力的に h_t 効率単位の労働を供給して所得 w_t を得て，所得比例的公的年金保険料率 τ と一括税式公的年金保険料 η_t を徴収される．ｔ－１世代の人的資本 (の定義）は $h_t = De_{t-1}^{\delta} h_{t-1}^{1-\delta}$ と仮定する．人的資本には教育による労働の質が反映される．規模ファクター D, 教育支出に関する教育技術の弾力性 $0 < \delta < 1$ とする．このｔ－１世代の可処分所得 Q_t を，自分自身の勤労期の消費 c_t と貯蓄 s_t と子供 1 人あたりおこなう教育支出 e_t を $(1+n)$ 人の子供に支出する．ｔ－１世代の家計は，引退期には，貯蓄の総収益と公的年金給付金 θ_{t+1} を受け取り，引退期の自分自身の消費 d_{t+1} と子供 1 人あたりへの遺産 x_{t+1} を $1+n$ 人に支出する．ここで，利子率 r_{t+1}，$1 + r_{t+1} = R_{t+1}$ とする．

ｔ－１世代の家計の勤労期，引退期の予算制約，ｔ－１世代の子供であるｔ世代家計の予想可処分所得は，それぞれ

$$(1-\eta)w_t h_t + x_t - \theta_t = c_t + s_t + (1+n)e_t, \tag{2.36}$$

$$R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} = d_{t+1} + (1+n)x_{t+1}, \tag{2.37}$$

$$Q_{t+1} = (1-\eta)w_{t+1}h_{t+1} + x_{t+1} - \theta_{t+1} = (1-\eta)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \theta_{t+1} \tag{2.38}$$

である．

ｔ－１世代家計は，ｔ期において，ｔ－１世代家計の勤労期，引退期の予算制約，ｔ－１世代の子供であるｔ世代家計の勤労期の予想可処分所得を制約条件として，ｔ－１世代家計の勤労期の消費 c_t，引退期の消費 d_{t+1}，教育支出 e_t，子供１人へ相続する遺産 x_{t+1}，について効用最大化問題を解く．このとき，所得比例的保険料率 η, 所得 w_t, , 一括税式公的年金保険料 θ_t, 公的年金保険給付金 μ_{t+1}, 貯蓄の総収益率 R_{t+1}, 所得 $w_{t+1}, R_t,$ ｔ－２世代の人口 L_{t-2}，ｔ－１世代の人口 L_{t-1}, 消費の我慢度 γ, 子供を想う利他性の程度 a, 規模ファクター D, θ_{t+1}, 弾力性 δ は外生変数で，１人当たりの人的資本 h_t は状態変数である．x_t, s_{t-1} はｔ期においては過去の内生変数で確定値なので与件として扱う．

$$\begin{aligned}\underset{s_t,e_t,x_{t+1}}{Max} \quad & (1-\gamma)\log\{(1-\eta)w_t h_t + x_t - \theta_t - s_t - (1+n)e_t\} + \gamma\log\{R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} - \\ & (1+n)x_{t+1}\} \\ & +\gamma\log\{(1-\eta)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \theta_{t+1}\}\end{aligned}$$

ｔ－１世代の家計の変数 s_t, e_t, x_{t+1} で上の問題の効用関数を偏微分する．内点解を仮定すると，一階条件は

$$\frac{\partial u_t}{\partial s_t} = -\frac{1-\gamma}{(1-\eta)w_t h_t + x_t - \theta_t - s_t - (1+n)e_t} + \frac{\gamma R_{t+1}}{R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} - (1+n)x_{t+1}} = 0 \tag{2.39}$$

$$\frac{\partial u_t}{\partial e_t} = -\frac{(1-\gamma)(1+n)}{(1-\eta)w_t h_t + x_t - \theta_t - s_t - (1+n)e_t} + \frac{\gamma(1-\eta)w_{t+1}D\delta e_t^{\delta-1}h_t^{1-\delta}}{(1-\eta)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \theta_{t+1}} = 0 \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial u_t}{\partial x_{t+1}} = -\frac{\gamma(1+n)}{R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} - (1+n)x_{t+1}} + \frac{a}{(1-\eta)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \theta_{t+1}} = 0 \tag{2.41}$$

である．

2.2.2 企業

自己資本家モデル型の企業を仮定する．つまり企業が資本ストックを所有している．したがって利潤は（2.43）のようになる．この場合，資本の所有者である企業に，資本の収

益（資本ストック 1 単位当たりの利潤）は（2.45）のようになる．この企業は家計でもあるので，貯蓄収益 R_t は資本ストックあたりの利潤となる．

t 期の代表的企業は最終財 Y_t を物的資本ストック K_t と人的資本ストック H_t の 2 つの生産要素を使って，コブダグラス型の生産技術で生産している．A はスケールパラメータである．生産関数は，

$$Y_t = AK_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} \tag{2.42}$$

である．$0 < \alpha < 1$ は資本分配率である．各期物的資本ストックは貯蓄の結果生み出され，$K_t = L_{t-2}s_{t-1}$ である．t 期の代表的企業の利潤は

$$\Pi_t = AK_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} - w_t H_t \tag{2.43}$$

である．労働（人的資本）の需要は，

$$w_t = (1-\alpha)AK_t^{\alpha} H_t^{-\alpha} = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha} \tag{2.44}$$

である． t 期の物的資本ストックの人的資本ストックに対する比率 $\frac{K_t}{H_t}$ は k_t とする．利潤は資本の所有者に払い戻され，貯蓄収益は，

$$R_t = \frac{\Pi_t}{K_t} = \alpha AK_t^{\alpha-1} H_t^{1-\alpha} = \alpha Ak_t^{\alpha-1} \tag{2.45}$$

である．

2.2.3　均衡

公的年金予算は $\mu_t = (1+n)(\theta_t + \eta w_t h_t)$ である．但し，$\theta_t = 0$ とする．

t 期の労働市場均衡条件は，

$$H_t = L_{t-1}h_t \tag{2.46}$$

である． t 期の財市場均衡条件は，

$$Y_t = L_{t-1}\{c_t + s_t + (1+n)e_t\} + L_{t-2}d_t \tag{2.47}$$

である． t 期の物的資本市場均衡条件は，

$$K_t = L_{t-2}s_{t-1} \tag{2.48}$$

である．財市場均衡条件式より $Ak_t^{\alpha}L_{t-1}h_t = L_{t-1}Q_t + L_{t-2}d_t$ となり，期をずらすと，

$$Ak_{t+1}^{\alpha}(1+n)h_{t+1} = (1+n)Q_{t+1} + d_{t+1} \tag{2.49}$$

となる．

（2.39）より

$$d_{t+1} = \frac{\gamma R_{t+1} c_t}{1-\gamma} \tag{2.50}$$

である．ところで，(2.40）より

$$Q_{t+1} = \frac{a(1-\eta) w_{t+1} \delta D e_t^{\delta-1} h_t^{1-\delta} c_t}{(1-\gamma)(1+L)} \tag{2.51}$$

である．(2.41）より，

$$\frac{(1+L)\gamma}{d_{t+1}} = \frac{a}{Q_{t+1}} \tag{2.52}$$

である．(2.52）に（2.50）を代入して，

$$c_t = \frac{(1-\gamma)(1+L)\gamma}{\gamma R_{t+1}\gamma} Q_{t+1} \tag{2.53}$$

となる．(2.53）を（2.40）に代入すると，

$$e_t = (\frac{(1-\eta) w_{t+1} D\delta}{R_{t+1}})^{\frac{1}{1-\delta}} h_t = B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t \tag{2.54}$$

を得る．(2.38）の左側の等号式に（2.52）と（2.50）を代入して，

$$x_{t+1} = \frac{a R_{t+1} c_t}{(1+L)(1-\gamma)} - \{(1-\eta) w_{t+1} D\delta\}^{\frac{1}{1-\delta}} (\frac{\delta}{R_{t+1}})^{\frac{\delta}{1-\delta}} h_t + \theta_{t+1} \tag{2.55}$$

を得る．(2.36）と Q_{t+1} より，

$$s_t = \{\frac{a R_{t+1}}{(1+L)(1-\gamma)} - 1\} c_t - (1+L)\{\frac{(1-\eta) w_{t+1} D\delta}{R_{t+1}}\}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t \tag{2.56}$$

を得る．

生涯予算制約式

$$Q_t = (1-\eta) w_t h_t + x_t - \theta_t = c_t + \frac{d_{t+1} + (1+L) x_{t+1} - \mu_{t+1}}{R_{t+1}} + (1+L) e_t \tag{2.57}$$

に，(2.40）と $h_t = D e_{t-1}^{\delta} h_{t-1}^{1-\delta}$ を代入して，

$$\begin{aligned} &\mu_{t+1} - \frac{a R_{t+1} c_t}{1-\gamma} + \frac{a R_{t+1} (1-\eta) w_t \delta h_t^{1-\delta} c_{t-1}}{(1+L)(1-\gamma) B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t} + (R_{t+1} - 1)\theta_t \\ &- R_{t+1}(1+L) B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t - (1+L)\theta_{t+1} + (1+L)(1-\eta) w_{t+1} D h_t B_{t+1}^{\frac{\delta}{1-\delta}} = 0 \end{aligned} \tag{2.58}$$

但し，$B_{t+1} = \frac{e_t}{h_t} = \{\frac{(1-\eta) w_{t+1} D\delta}{R_{t+1}}\}^{\frac{1}{1-\delta}}, B_t = \frac{e_{t-1}}{h_{t-1}} = \{\frac{(1-\eta) w_t D\delta}{R_t}\}^{\frac{1}{1-\delta}}$ である．
(2.49）の d_{t+1} に（2.52）を代入して

$$Q_{t+1} = \frac{1}{1+\frac{\gamma}{a}} A k_{t+1}^{\alpha} h_{t+1} \tag{2.59}$$

を得る．(2.52) と (2.49) より

$$d_{t+1} = \frac{(1+n)\gamma}{a+\gamma} A k_{t+1}^{\alpha} h_{t+1} \tag{2.60}$$

を得る．$\frac{e_t}{h_t} \equiv \overline{e_t}$ とおく．(2.54) と $\overline{e_t}$ の定義を使いさらに (2.44) (2.45) を代入すると

$$(\frac{e_t}{h_t})^{1-\alpha} = \overline{e_t}^{1-\delta} = \frac{(1-\eta)(1-\alpha)\delta D}{\alpha} k_{t+1} \tag{2.61}$$

を得る．

$$\overline{e_t} = (\frac{(1-\eta)(1-\alpha)\delta D}{\alpha} k_{t+1})^{\frac{1}{1-\delta}} \tag{2.62}$$

これと t 世代の人的資本の仮定 $h_{t+1} = D e_t^{\delta} h_t^{1-\delta}$ より，

$$h_{t+1} k_{t+1} = \frac{\alpha \overline{e_t}}{(1-\eta)(1-\alpha)\delta} h_t \tag{2.63}$$

である．$K_{t+1} = L_{t-1} s_{tt}$ を $k_t = K_t/H_t, L_t/L_{t-1} = 1+L, L_{t-1} = H_t/h_t$
使って変形した $s_t = (1+L) k_{t+1} h_{t+1}$ に (2.63) を代入して (2.64) を得る．貯蓄は，

$$s_t = \frac{(1+n)\alpha}{(1-\eta)(1-\alpha)\delta} \overline{e_t} h_t \tag{2.64}$$

となる．(2.60)，(2.50)，(2.45) と (2.63) を使って，勤労期の消費は，

$$c_t = \frac{(1-\gamma)(1+n)}{(a+\gamma)(1-\eta)(1-\alpha)\delta} \overline{e_t} h_t \tag{2.65}$$

(2.65) を (2.53) に代入して変形すると，t − 1 世代の勤労期の可処分所得は，

$$Q_t = B(\eta) \overline{e_t} h_t \tag{2.66}$$

となる．但し，$B(\eta) = (1+n)(1+\frac{1-\gamma}{(1-\eta)(\gamma+a)\delta(1-\alpha)} + \frac{\alpha}{(1-\eta)\delta(1-\alpha)})$ である．

第 4 章では，この基本モデルのフレームワークを使いながら，先行研究を利他性の種類と程度の点で明示的に導入する拡張をして，利他性の種類による経済への影響の違いを新しい知見として得ている．

2.3 小塩 - 安岡モデル

本節は人口成長率内生化 OLG モデルである小塩 - 安岡モデルを紹介する．小塩 - 安岡 (2010) は，公的年金の充実が，自分の子供に扶養されることを期待する側面を弱めて出生数を減少させ，公的年金制度の存続を危うくするという先行研究のロジックを考慮に入れて，公的年金制度の持続可能性を高める方策を検討している．具体的には 1 国に代表的個人と代表的企業が存在している経済を想定してモデル化しており，その経済に確定給付

型賦課方式公的年金制度を導入して，さらに子育て支援を導入して，子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避する条件をそれぞれの経済において導出している．このモデルの特徴は出生率を内生化したＯＬＧモデルである点と確定給付型賦課方式公的年金制度を導入している点である．確定給付型を仮定することによって動学方程式を簡単化することができるという利点も有している．以下では小塩 - 安岡（2010）の公的年金制度が存在する経済について概観する．

2.3.1　個人

個人は若年期と高齢期の 2 期間生存世代重複モデルである．個人の効用は若年期と老年期の消費からなる．個人は賃金と利子率を所与として，効用を最大にするように，４つの内生変数，親一人あたりの子供の数，若年期の消費，老年期の消費，親への経済的支援を決定する．γ は各期の消費の生涯効用におけるウェイトを示している．

t 期に若年期にだけ賃金所得 w_t を得て，そのうちの θ の割合を高齢の親に対する経済的支援に回すとともに，公的年金保険料 ηw_t を負担し，親一人あたり n_t 人の子供を産み育て（したがって女性の出生率は $2n_t$ となる.）総額で賃金の $c(n_t)$ の割合に相当する子育てコストを支払い，若年期の消費 c_t をして，残りの s_t を貯蓄に回す．子育てコスト関数 $\rho n_t^{\epsilon}, \rho > 0$ を設定する．ϵ は子育てコストの子供数に対する弾力性であり，$\epsilon > 1$ と想定する．個人は高齢期において若年期の貯蓄 s_t の総収益 $(1 + r_{t+1})s_t$ と子供 n_t 人からその時点における若年者の賃金の z の割合に相当する経済的支援を受け取るものと期待して家族内所得移転（経済的支援）$n_t z w_{t+1}$ と年金 βw_{t+1} それらの合計を全額消費 d_{t+1} に回す．確定給付型公的年金額は若年層の賃金の χ の割合で，年金受給額の所得代替率であり，　確定給付型公的年金の保険料は賃金の η の割合である．ここでは，各時点において若年の現役層が保険料を負担し，高齢の引退層が年金を受給する．

t 世代の個人の効用関数は，以下の対数関数に特定化する．

$$u_t = \gamma \log c_t + (1 - \gamma) \log d_{t+1}, 0 < \gamma < 1 \tag{2.67}$$

個人の若年期と高齢期の予算制約は，それぞれ

$$c_t = \{1 - z - c(n_t) - \eta\} w_t - s_t \tag{2.68}$$

$$d_{t+1} = (1 + r_{t+1})s_t + (n_t z + \chi) w_{t+1} \tag{2.69}$$

$$c(n_t) = \rho n_t^{\epsilon}, \rho > 0 \tag{2.70}$$

である．

2.3.2　企業

競争的な企業の利潤最大化行動によって，賃金率と利子率は決定される．通常の想定のように一人あたりの資本ストックを k_t として生産関数を $y_t = k_t^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$ とする．資本ストックは１期ですべて減耗する．　賃金と利子率はそれぞれ

$$w_t = (1-\alpha)k_t^{\alpha} \tag{2.71}$$

$$1 + r_t = \alpha k_t^{\alpha - 1} \tag{2.72}$$

である．

2.3.3　市場均衡

資本ストックの市場均衡条件（それは消費財の市場均衡条件でもある）は $K_{t+1} = L_t s_t$ より $n_t k_{t+1} = s_t$ で与えられ，ｔ期とｔ＋１期の利子率の動学方程式となる．パラメータの値によって，局所安定的な定常解が一つ存在し，定常均衡利子率が求まる．定常状態において

$$\eta = \frac{\chi}{n_{t-1}} \tag{2.73}$$

となる．

小塩-安岡モデルでは,

$$n_t^{\epsilon} = 1 - (\frac{\gamma}{n_t} + \frac{1-\gamma}{n_{t-1}})\frac{\chi}{A} \tag{2.74}$$

（但し $A \equiv \frac{(1-\alpha)(1-\gamma)-\alpha}{1-\alpha}$）と，子供数に関する動学方程式として導出して，以下の結論を得ている．小塩-安岡モデルは，Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) の枠組みを参考にしつつも，子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避するための条件（公的年金の規模の上限）を導出し，Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) と同様に，公的年金の存在によって出生率が低下することを示している．さらに，子育て支援政策の導入によって出生数の低下がどのように緩められるかという点についても検討を加えて，公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論している．

主な結論は以下である．公的年金の導入が子供数の累積的減少をもたらす．政府が回避すべきなのは，子供数の累積的な減少によって公的年金が持続できなくなるという事態であり，そのための必要条件は子供数の動学方程式が正の定常解をもつことである．つまり，出生率の累積的低下を回避して公的年金を持続可能にするためには，公的年金の規模を一定の水準以下にとどめる必要がある．人口減少下において賦課方式公的年金が個人の効用を引き下げるという結果は，この分野の先行研究でもしばしば導出されていることと同じである．また，子育て支援の導入は公的年金の規模の上限を引き上げるとともに，個人の効用を引き上げるということである．

子供は，将来親の年金保険料を支払う公的年金制度の外部性のような側面と自分の親に私的な所得移転を行うという側面との資本財の役割と，自分の親の効用を増すという消費財の役割がある．子供の資本財の側面に着目すると，子供の増加は公的年金制度の存続や充実や自分の親への私的所得移転を増加にするというプラスの効果をもつ一方で，個人（親）の可処分所得を減少させて（個人１人あたりの）資本蓄積を減少させ個人の効用に対してマイナス効果をもたらす．しかし，その一方で利子率が上昇し，高齢期の消費の相

対価格が下落して，個人の効用に対してプラスの効果を発生する．公的年金制度の充実が出生数に与える効果はこれらの効果の大小関係によって説明される．

第 6 章ではこのモデルを異なる 2 地域をもつ 2 地域 2 期間生存 OLG モデルに拡張して，公的年金制度や資本市場の統合や分離による，年金政策の長期均衡への効果や 2 地域へモデルを拡張したことによる短期的長期的均衡の特徴を得ている．

参考文献

[1] Allais,Maurice(1947),*Economie et intérêt*,Imprimerie Nationale,Paris

[2] Becker, Gary S.(1991),*A Treatise on the Family*, Enlarged Edition, Harvard University Press, Enlarged Edition

[3] Diamond,P.A. (1965) , “ National Debt in a Neoclassical Growth Model”,*American Economic Review* ,55,1126-1150

[4] Lambrecht,Stephane, Philippe Michel and Jean-Pierre Vidal (2005),“Public Pensions and Growth”, *European Economic Review*,49(5),1261-1281

[5] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(1998), “ Fiscal Policy in a Growth Model with Both Altruistic and Nonaltruistic Agents”,*Southern Economic Journal* ,64(3),682-697

[6] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2004), “ Fiscal Policy in An Overlapping Generations Model with Bequest– as − Consumption”, *Journal of Public Economic Theory* , 6(3),397-407

[7] 小塩隆士，安岡匡也 (2010)，「公的年金と子育て支援—出生率内生化モデルによる分析—」，『経済研究』,61(2)，126 − 136

[8] Samuelson(1958),“An Exact Consumption Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money ”,*Joutnal of Political Economy* ,66,467-482

第 3 章

OLG モデルによるパターナリズムと財政政策の理論分析

3.1　はじめに

日本には公的年金制度や介護保険制度などの社会保障制度が存在しているにもかかわらず，親の介護と子供の問題は個人にとっても社会にとっても重大な問題になっており，また，個人の社会保障制度に対する意識や価値観は多様化している．（例えば厚生労働白書（2003，2006）や久保（2004）[*1]や石田（2006）を参照のこと．）久保（2004）によると，老年期の個人のなかには自分自身の消費や年金給付金のみに関心をもっている者だけではなく，子供の消費や子供が支払う年金保険料の心配をするという子供を想う利他的選好をもつ者がいることが示されている．また，厚生労働省（2006）によると，若年期の個人にも親を心配するという親を想うという利他的選好をもつ者がいることが示されている．すなわち，個人は自分が若年期か老年期であるかにかかわらず，合理的な利己的選好にのみ基づいて行動しているのではなく，他人を思う選好つまり利他的な選好にも基づいて行動する者がいるという事実が存在する．

そこで，本章では，これまでの理論的な研究において主流であった親から子供への一方向利他性の仮定をもつ 2 期間生存ＯＬＧモデルに，子供から親への利他性を追加した双方向利他性をもつ選好であるパターナリステックな利他的選好の仮定に変更して，公的年金制度が存在する経済下において，親から子供への遺産と子供から親への家族内所得移転を長期において導出する．そしてこれらが親から子供への利他性，子供から親への利他性という二つの利他性の程度，公的年金政策や相続税政策によって，どのような影響を受けるのかを分析する．

本章では，Philippe Michel and Pierre Pestieau(2004) の利他的選好をもつＯＬＧモデルを踏襲する．Philippe Michel and Pierre Pestieau(1998) は，親から子供への一方向性の利他性をもち遺産を残すことに親は喜びを感じるという joy-of-giving 型の 2 期間生存ＯＬＧモデルで，親から子供への一方向性の利他的個人と利己的個人が共存する経済を想定し，Dynastic 効用関数を用いたものである．

[*1] 2003 年 10 月宮崎公立大学の大学生と公開講座出席の市民を対象に年金制度に関する世代間の意識格差について調査したものである．

本章は，この Philippe Michel and Pierre Pestieau(2004) のモデルを，公的年金制度をもつ小国開放経済下で，親から子供への利他性と子供から親への利他性という双方向利他性（パターナリスティック利他性）をもち，家族内所得移転，自分の介護費用を導入したモデルに拡張する．そして公的年金制度の財源方式を 2 種類（賦課方式年金制度と相続税を財源に加えた修正賦課方式年金制度）を想定して，長期における均衡での親から子供への遺産と子供から親への家族内所得移転を導出して，親から子供への利他性，子供から親への利他性，公的年金保険料や相続税率の財政政策の効果を分析する．特に本章は先行研究ではなされていない双方向の利他性の分析に特色をもつ．

パターナリズムの理論的な文献では，Michel,Philippe ,Emmanuel Thibault ,and Jean-Pierre Vidal(2006) がある．彼らは，親が子供の効用からではなく子供に残す遺産の大きさから効用を得る場合をパターナリスティックと呼び，dynastic な効用関数を用いた利他主義以外では最も一般的な特定化として紹介されている．遺産が 0 に近づく時の遺産の限界効用が $+\infty$ の時に最適遺産はいつも正であり，（公債や賦課方式社会保障の）財政政策は有効であることが示されている．パターナリスティックな遺産は利他的遺産と関係しており，パターナリスティックな親は子供に遺産を残す目的で貯蓄を行ない，遺産の量は子供の選好には関係しない．つまり親は遺産は子供にとって良いことという見解のもとで行動しており，パターナリスティックな遺産は親の効用関数に一種の消費財として入るので，bequest-as-consumption models　あるいは joy-of-giving models と呼ばれている．（joy-of-giving models については，Abel and Warshawsky (1988) や Andreoni(1989) を参照のこと．またパターナリズムについての最近の文献としては Sandroni and Squintami(2007)，Kotakorpi(2009)，Ballet,Meral and Razafimahotolotra(2009) 等がある．）

本章の構成は以下の通りである．次節では，修正賦課方式公的年金制度をもつ小国開放経済下で，パターナリステッィクな効用関数をもつ家計の主体的均衡を導出する．第 3.3 節では修正賦課方式公的年金制度と賦課方式公的年金制度（$\alpha = 1$ のケース）の 2 種類の財源方式下で長期における均衡を導出し，二つの利他性パラメータや政策パラメータ（年金保険料や相続税率）が遺産と家族内所得移転へ与える効果を比較静学分析する．第 3.4 節では定常状態における修正賦課方式公的年金制度下での最適政策について考察する．第 3.5 節で子育て支援政策を考察する．終わりに，得られた主要な分析結果をまとめて，今後の課題について言及する．

3.2　モデル

3.2.1　家計

小国開放経済を仮定して，修正賦課方式公的年金制度が存在する経済を想定する．この経済の任意の t 期には，t 世代の若年期の家計 L_t 人（既知）と t − 1 世代の老年期の家計 L_{t-1} 人（既知）が存在している．家計は 2 期間生存し，同質的であるとする． t 世代は t 期に働き， t ＋ 1 期は引退する．t 世代の家計は，若年期（t 期）に親から前期決定変数の遺産 x_t を相続し，非弾力的に労働を 1 単位供給して所得 w（given) を稼いで公的年金保険料金 θ_t を徴収される．θ_t は政策変数であり，家計にとっては given である．可処分所得を自分自身の若年期の消費 c_t と貯蓄 s_t と老年期にある親（ t − 1 世代）の家族内所

得移転 m_t にふりわける．c_t, s_t, m_t は t 世代の家計の内生変数である．そして t ＋ 1 期には所与の外国利子率 r の下で，貯蓄収益 $(1+r)s_t$ と支払われる公的年金給付金 π_{t+1} と子供 1 人当たりの私的家族内所得移転の予想 m^e_{t+1} を子供から受け取る．t 世代の家計は m^e_{t+1} を given として扱う．人口成長率 n も定数で given とする．t 世代の家計は，老年期（t ＋ 1 期）に，貯蓄粗収益 $(1+r)s_t$ と受け取った公的年金給付金 π_{t+1} と 1+n 人の子供から移転された家族内所得移転 $(1+n)m_{t+1}$ を，老年期の消費 d_{t+1} と given の自分の介護費用 M と $1+n$ 人の子供（t ＋ 1 世代）への遺産 $(1+n)(1+\tau_{t+1})x_{t+1}$ にふりわける．d_{t+1} と x_{t+1} は内生変数である．τ_{t+1} は t 世代が t ＋ 1 期に子供（t ＋ 1 世代）に遺産を与える時に支払う相続税率で，政策変数であり，家計にとっては given である．家計は相対的危険回避度 1 の選好をもっているものとする．

t 世代の家計の効用関数は，次の 5 項の和から構成される．第 1 項は t 世代の若年期の消費から得られる効用，第 2 項は t 世代の老年期の消費から得られる効用（第 1 項と第 2 項は自分自身の生涯消費から得る生涯効用の割引現在価値を表し），第 3 項は子供世代（t ＋ 1 期世代）へ遺産を残すことから得る効用，第 4 項は親世代（t − 1 世代）を養うことつまり家族内所得移転をすることから得る効用，第 5 項は t ＋ 1 期の老年期と若年期の世代へ行なわれる教育サービス (義務教育，高等教育，および生涯学習教育）等の公共支出から得られる効用である．家計に子供世代を想う利他性と親世代を想う利他性という双方向の利他性を導入して，利他性パラメータ a は家計が子供を想う利他性（ t 世代が t ＋ 1 世代へ遺産を残すことから得る効用）の程度，利他性パラメータ b は家計が親を想う利他性（ t 世代が t − 1 世代に私的な家族内所得移転を行なうことから得る効用）の程度を表わしている．$\beta(0<\beta<1)$ は 1/(1+ 時間選好率）で，家計の割引率を表わしている．t 世代の家計の t ＋ 1 期の効用は時間選好率によって割り引かれている．

本章の効用関数は，Michel and Pestieau(2004) を踏襲した t 世代が子供（t ＋ 1 世代）に遺産を残すことから効用を得るという joy-of-giving 型一方向利他性の効用関数に，親（t − 1 世代）を想う利他性を追加して拡張した，双方向利他性をもつ効用関数つまりパターナリスティックな効用関数である． t 世代は親への利他性と子供への利他性をもっている．本章は，前田（1998）および Michel and Pestieau(1998) とは，Dynastic 効用関数を用いていない点が異なっている． t 世代の家計の効用関数は，以下の対数関数に特定化する．

ここでは予想が現実と一致しているという経済を仮定する．合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

相続税率 $\tau_t=\tau$(定数) と仮定する．政府の予算制約 (3.4) 下で，家計は生涯予算制約式 (3.2)，(3.3) のもと以下の効用関数 (3.1) を最大にするように $c_t, d_{t+1}, x_{t+1}, m_t$ の配分を決定する．

$$u_t=\log c_t+\beta\log d_{t+1}+a\log x_{t+1}+b\log m_t+g\log\frac{\alpha\tau x_{t+1}}{2+n} \tag{3.1}$$

家計の若年期と老年期の予算制約は，

$$w+x_t-\theta_t=c_t+s_t+m_t \tag{3.2}$$

$$(1+r)s_t+\pi_{t+1}+(1+n)m_{t+1}=d_{t+1}+(1+n)(1+\tau)x_{t+1}+M \tag{3.3}$$

である．

ただし，修正賦課方式公的年金制度であるので，

$$(1-\alpha)\tau_{t+1}x_{t+1}+(1+n)\theta_{t+1}=\pi_{t+1} \tag{3.4}$$

である．政府は, 任意の期, 若年者と老年者への公共支出の財源は老年者が払う相続税収の α の割合で賄うと仮定する．

$$1\text{人あたりへの公共支出}=\frac{\alpha\tau x_{t+1}L_t}{L_t+(1+n)L_t}=\frac{\alpha\tau x_{t+1}}{2+n},0<\alpha<1 \tag{3.5}$$

これらの予算制約のもとで，家計は $\theta_t, x_t, \tau_{t+1}, \pi_{t+1}, M, m_{t+1}, w, r, n$ を given として自分自身の効用関数を最大化するように $c_t, d_{t+1}, x_{t+1}, m_t$ の配分を決定する．小国開放経済を仮定しているので，利子率は $r_t=r_{t+1}=r$ に外生的に外国の利子率 r(一定）によって与えられ，期間に依存せず外生的に決定されている．賃金率も $w_t=w$(一定）に決められている．また，τ_{t+1} は τ(定数）と仮定する．

家計の効最大化の一階条件は，

$$c_t=\frac{1}{b}m_t \tag{3.6}$$

$$d_{t+1}=\frac{\beta(1+r)}{b}m_t \tag{3.7}$$

$$x_{t+1}=\frac{(a+g)(1+r)}{b\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}}m_t \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}&m_{t+1}-\frac{(1+r)(1+\beta+a+b+g)m_t}{b(1+n)}+\frac{(a+g)(1+r)^2m_{t-1}}{b(1+n)\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}}\\&=-\frac{1+r}{1+n}\{w-\theta_t-\frac{M}{1+r}+\frac{(1+n)}{1+r}\theta_{t+1}\}\end{aligned} \tag{3.9}$$

である．

3.2.2　政府

本章では修正賦課方式公的年金制度を仮定する．修正賦課方式公的年金制度の場合は，政府が t 世代から t + 1 期に徴収した相続税収の一部 α を， t +1 期に存在する t 世代と t + 1 世代に供給する公共支出 G_t に支出し，相続税収の一部 $1-\alpha$ を公的年金制度の財源として用いるとする．修正賦課方式公的年金制度下での政府予算は，賦課方式財源方式が緩められて，

$$(1-\alpha)\tau_{t+1}x_{t+1}L_t+\theta_{t+1}L_{t+1}=\pi_{t+1}L_t \tag{3.10}$$

である．

3.2.3 $\alpha = 1$ のケース（一括税式賦課方式公的年金制度の場合）

本項では小国開放経済を仮定して，一括税式賦課方式公的年金制度が存在する経済を仮定する．本項は本章モデル（修正賦課方式公的年金制度経済）のスペシャルケース（$\alpha = 1$ の場合）である．

家計

この経済の任意の t 期には，t 世代の若年期の家計 L_t 人（既知）と t − 1 世代の老年期の家計 L_{t-1} 人（既知）が存在している．家計は 2 期間生存し，同質的であるとする． t 世代は t 期に働き， t + 1 期は引退する．t 世代の家計は，若年期（t 期）に親から前期決定変数の遺産 x_t を相続し，非弾力的に労働を 1 単位供給して所得 w（given) を稼いで公的年金保険料金 θ_t を徴収される．θ_t は政策変数であり，家計にとっては given である．可処分所得を自分自身の若年期の消費 c_t と貯蓄 s_t と老年期にある親（ t − 1 世代）の家族内所得移転 m_t にふりわける．c_t, s_t, m_t は t 世代の家計の内生変数である．そして t + 1 期には所与の外国利子率 r の下で，貯蓄収益 $(1 + r)s_t$ と支払われる公的年金給付金 π_{t+1} と子供 1 人当たりの私的家族内所得移転の予想 m^e_{t+1} を子供から受け取る．t 世代の家計は m^e_{t+1} を given として扱う．人口成長率 n も定数で given とする．t 世代の家計は，老年期（t + 1 期）に，貯蓄粗収益 $(1 + r)s_t$ と受け取った公的年金給付金 π_{t+1} と $1 + n$ 人の子供から移転された家族内所得移転 $(1 + n)m_{t+1}$ を，老年期の消費 d_{t+1} と given の自分の介護費用 M と 1+ n 人の子供（t + 1 世代）への遺産 $(1 + n)(1 + \tau_{t+1})x_{t+1}$ にふりわける．d_{t+1} と x_{t+1} は内生変数である．τ_{t+1} は t 世代が t + 1 期に子供（t + 1 世代）に遺産を与える時に支払う相続税率で，政策変数であり，家計にとっては given である．相続税率 $\tau_{t+1} = \tau$(定数) と仮定する．家計は相対的危険回避度 1 の選好をもっているものとする．

t 世代の家計の効用関数は，次の 5 項の和から構成される．第 1 項は t 世代の若年期の消費から得られる効用，第 2 項は t 世代の老年期の消費から得られる効用（第 1 項と第 2 項は自分自身の生涯消費から得る生涯効用の割引現在価値を表し），第 3 項は子供世代（t + 1 期世代）へ遺産を残すことから得る効用，第 4 項は親世代（t − 1 世代）を養うことつまり家族内所得移転をすることから得る効用，第 5 項は t + 1 期の老年期と若年期の世代へ行なわれる教育サービス (義務教育，高等教育，および生涯学習教育）等の公共支出から得られる効用である．家計に子供世代を想う利他性と親世代を想う利他性という双方向の利他性を導入して，利他性パラメータ a は家計が子供を想う利他性（ t 世代が t + 1 世代へ遺産を残すことから得る効用）の程度，利他性パラメータ b は家計が親を想う利他性（ t 世代が t − 1 世代に私的な家族内所得移転を行なうことから得る効用）の程度を表わしている．$\beta(0 < \beta < 1)$ は 1/(1+ 時間選好率）で，家計の割引率を表わしている． t 世代の家計の t + 1 期の効用は時間選好率によって割り引かれている．ここでは合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

家計の効用関数は，

$$u_t = \log c_t + \beta \log d_{t+1} + a \log x_{t+1} + b \log m_t + g \log \frac{\tau x_{t+1}}{2 + n} \qquad (3.11)$$

である．家計の若年期と老年期の予算制約は，

$$w + x_t - \theta_t = c_t + s_t + m_t \tag{3.12}$$

$$(1+r)s_t + \pi_{t+1} + (1+n)m_{t+1} = d_{t+1} + (1+n)(1+\tau)x_{t+1} + M \tag{3.13}$$

である．ただし，一括税式賦課方式公的年金制度であるので，

$$\theta_{t+1}L_{t+1} = \pi_{t+1}L_t \tag{3.14}$$

である．これらの予算制約のもとで，家計は $\theta_t, x_t, \tau, \pi_{t+1}, M, m_{t+1}, w, r, n$ を given として自分自身の効用関数を最大化するように $c_t, d_{t+1}, x_{t+1}, m_t$ の配分を決定する．小国開放経済を仮定しているので，利子率は $r_t = r_{t+1} = r$ に外生的に外国の利子率 r(一定）によって与えられ，期間に依存せず外生的に決定されている．賃金率も $w_t = w$(一定）に決められている．また，相続税率は τ(定数）と仮定する．

家計の効用最大化の条件は，以下のとおりである．最大化の二階の十分条件は $ab(1+b) > 1$ である．

$$c_t = \frac{1}{b}m_t \tag{3.15}$$

$$d_{t+1} = \frac{\beta(1+r)}{b}m_t \tag{3.16}$$

$$x_{t+1} = \frac{(a+g)(1+r)}{b(1+n)(1+\tau)}m_t \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned} m_{t+1} - \frac{(1+r)(1+\beta+a+b+g)m_t}{b(1+n)} + \frac{(a+g)(1+r)^2 m_{t-1}}{b(1+n)^2(1+\tau)} \\ = -\frac{1+r}{1+n}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{(1+n)}{1+r}\theta_{t+1}\} \end{aligned} \tag{3.18}$$

ここでは予想が現実と一致しているという経済を仮定している．つまり m_{t+1} は m_{t+1} の予想値であるが，合理的期待形成の一致条件の下で，(3.18) を満たすような整合的な予想経路を考えている．

(3.18) は (3.15)，(3.16)，(3.17) と家計の生涯予算制約

$$w_t + x_t - \theta_t = c_t + \frac{1}{1+r}\{d_{t+1} + (1+n)(1+\tau)x_{t+1} + M - (1+n)m_{t+1}\} + m_t \tag{3.19}$$

から得られる．m_t の二階の定差方程式 (3.18) から m_t を導出すると，c_t, d_{t+1}, x_{t+1} も求めることができる．

政府

$\alpha = 1$ の場合, 財源調達方法は（一括税型）賦課方式公的年金制度になる．（一括税型）賦課方式公的年金制度下の政府予算は,

$$\theta_t L_t = \pi_t L_{t-1} \tag{3.20}$$

である．世代間人口比率は $\frac{L_t}{L_{t-1}} = 1 + n$ とする．政府は徴収した相続税収のすべてを公共支出に使い（$\alpha = 1$），年金予算は税収からは全く財源を得ず総年金保険料金のみで総年金給付金賄っているとする．

3.3 均衡

本節では小国開放経済仮定下の修正賦課方式公的年金制度のケースの均衡を導出して，定常状態において比較静学分析をする．小国開放経済を仮定しているので，利子率 r は外生的に外国利子率によって与えられ，賃金率 w も外生的に決められる．相続税率は τ(定数) と仮定する．政府の予算制約 (3.4) 下で，家計は生涯予算制約式 (3.2)，(3.3) のもと以下の効用関数を最大にするように $c_t, d_{t+1}, x_{t+1}, m_t$ の配分を決定する．合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

$$u_t = \log c_t + \beta \log d_{t+1} + a \log x_{t+1} + b \log m_t + g \log \frac{\alpha \tau x_{t+1}}{2+n} \tag{3.21}$$

家計の効最大化の一階条件は,

$$c_t = \frac{1}{b} m_t \tag{3.22}$$

$$d_{t+1} = \frac{\beta(1+r)}{b} m_t \tag{3.23}$$

$$x_{t+1} = \frac{(a+g)(1+r)}{b\{(1+n)(1+\tau) - (1-\alpha)\tau\}} m_t \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned} & m_{t+1} - \frac{(1+r)(1+\beta+a+b+g)m_t}{b(1+n)} + \frac{(a+g)(1+r)^2 m_{t-1}}{b(1+n)\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}} \\ & = -\frac{1+r}{1+n}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{(1+n)}{1+r}\theta_{t+1}\} \end{aligned} \tag{3.25}$$

である．

長期均衡を導出して，利他性および政策パラメータの変化の効果を比較静学分析しよう．定常状態における家族内所得移転 m^* と遺産 x^* は以下のとおりである．

$$m^* = \frac{bAB}{D} \tag{3.26}$$

$$x^* = \frac{(a+g)(1+r)A}{D} \tag{3.27}$$

但し，$B=(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau=1+n+(n+\alpha)\tau>0$,
$D=(1+\beta+a+b+g)(1+r)\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}$
$-b(1+n)\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}-(a+g)(1+r)^2$
$=(1+\beta+a+b+g)(1+r)B-(1+n)bB-(a+g)(1+r)^2>0$ とする．

長期均衡の比較静学分析をすると，以下のとおりである．まず τ の m^* への効果を考察してみよう．

$$\frac{\partial m^*}{\partial \tau}=\frac{-(a+g)bA(1+r)^2(n+\alpha)}{D^2}<0 \tag{3.28}$$

以上より定常状態において，相続税率の上昇は家族内所得移転を減少させる．これから次の命題を得る．

命題 1 政府が公共支出のために徴収した相続税収の一部を公的年金制度の財源に組み込んで，賦課方式を緩めた修正賦課方式年金制度の場合，長期的には，相続税率を上昇させる政策は親への家族内所得移転を減少させる効果がある．

この命題のメカニズムを考えてみると，相続税率の引上げは (3.3) や仮定 $A>0, M>0$ から，$\overline{n}, \overline{x}$ ならば $(1+n)(1+\tau)x$ が増加し，(3.3) から s が増加して m が減少して u が減少する．ここでは $M>0$ を仮定しているので $A>0$ を仮定する．$A>0$ が相続税率引上げの家族内所得移転への効果に効いている．

他のパラメータの遺産や家族内所得移転に対する効果も見てみよう．θ, a, b の m^*, x^* への効果及び τ の x^* への効果を見てみよう．

十分条件 $n<r$ の下では，

$$\frac{\partial m^*}{\partial \theta}=\frac{bB(n-r)}{D}<0 \tag{3.29}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial \theta}=\frac{(a+g)(1+r)(n-r)}{D}<0 \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial \tau}=\frac{-(a+g)A\{(1+\beta+a+b+g)(1+r)-b(1+n)(n+\alpha)\}}{D^2}<0 \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial a}=\frac{-bAB(1+r)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}}{D^2}<0 \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial b}=\frac{AB[(1+\beta)(1+r)B+(a+g)(1+r)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}]}{D^2}>0 \tag{3.33}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial a}=\frac{(1+r)AB\{(1+\beta)(1+r)-b(n-r)\}}{D^2}>0 \tag{3.34}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial b}=\frac{(a+g)(1+r)AB(n-r)}{D^2}<0 \tag{3.35}$$

となる．これらから以下の命題を得る．

命題 2 長期的には，修正賦課方式年金制度下では，人口成長率が利子率よりも低い場合，保険料を上昇させる政策は親への家族内所得移転も子供に残す遺産も減少させる．保険料政策の家族内所得移転への効果は，２つの財源方式のどちらでも同様に，人口成長率と利

子率の大小関係によって逆になり，いずれの財源方式を採用しても効果の方向が異なることはない．賦課方式を緩めた制度下では，相続税率の上昇政策は人口成長率が利子率よりも低い場合に子供に残す遺産へを減少させ，人口成長率が利子率よりも高い場合には子供に残す遺産を増加させる．相続税率上昇政策が子供に残す遺産への効果は，財源方式によって異なる．

命題 3 長期的には，修正賦課方式年金制度下では，人口成長率が利子率よりも低い場合，子供世代への利他性の程度が強いならば子供に残す遺産は増加し，親世代への利他性が強いならば子供に残す遺産は減少する．このことはどちらの財源方式を採用しても効果の方向は同じである．しかし，親への家族内所得移転へ与える利他性の効果は，人口成長率が利子率よりも低い場合，子供世代への利他性は親世代への家族内所得移転に対してマイナスの効果をもち，親世代への利他性は親世代へ家族内所得移転にプラスの効果をもつ．修正賦課方式公的年金制度下では，家族内所得移転への効果は人口成長率と利子率の大小関係によって効果が逆になり，次節で後述する（一括税型）賦課方式公的年金制度の場合のように効果を断言することができない．

3.3.1 $\alpha = 1$ のケース（一括税式賦課方式公的年金制度の場合）

本項では一括税型賦課方式公的年金制度のケースで定常状態における均衡を求めて，比較静学分析をする．小国開放経済経済の仮定の下，利子率 r は外生的に外国利子率によって与えられ，賃金率 w も外生的に決められる．

一括税型賦課方式公的年金制度下で，家族内所得移転 m^{**} と遺産 x^{**} は以下のとおりである．

$$m^{**} = \frac{b(1+n)(1+\tau)A}{H} \tag{3.36}$$

但し，$A = (1+r)w + (n-r)\theta - M > 0$ であると仮定する．

$H = (1+\beta+a+b+g)(1+r)(1+n)(1+\tau) - b(1+n)^2(1+\tau) - (a+g)(1+r)^2 > 0$（これは $\tau > n$ になっている）とすると仮定する．

$A < 0$ や $M < 0$ もあり得るがこれらのケースは排除している．$A > 0$ とは $(1+r)w + (n-r)\theta > M$ の場合である．この範囲で M が非常に大きくなると m^* は小さくなる．

$$x^{**} = \frac{(a+g)(1+r)A}{H} \tag{3.37}$$

さて，利他性パラメータや財政政策が長期均衡に与える効果を見てみよう．まず，θ が m^*, x^* に与える効果を考察してみよう．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial \theta} = \frac{b(1+n)(1+\tau)(n-r)}{H} \tag{3.38}$$

より，$n = r$ なら $\frac{\partial m^{**}}{\partial \theta} = 0, n \lesseqgtr r$ なら $\frac{\partial m^{**}}{\partial \theta} \lesseqgtr 0$ である．

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial \theta} = \frac{(a+g)(1+r)(n-r)}{H} \tag{3.39}$$

より，$n=r$ なら $\frac{\partial x^{**}}{\partial \theta}=0, n \lesseqgtr r$ なら $\frac{\partial x^{**}}{\partial \theta} \lesseqgtr 0$ である．

定常状態において，公的年金保険料が上昇するとき，家族内所得移転は減少し，遺産も減少する．この時，若年期の消費も老年期の消費も減少する．これらすべての場合の十分条件は，$n<r$ である．以上より次の命題を得る．

命題 4（一括税型）賦課方式公的年金制度に関する収支が毎期マクロ的に公的年金保険料と公的年金給付金とで一致している場合，人口成長率が利子率よりも低い場合，保険料率を上昇させる政策は，長期における親世代への家族内所得も子供に残す遺産も減少させる．

次に τ の変化の効果を考察してみよう．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial \tau}=\frac{-(a+g)b(1+r)^2(1+n)A}{H^2}<0. \tag{3.40}$$

$A>0$ を仮定すると，$\frac{\partial m^{**}}{\partial \tau}<0$ である．

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial \tau}=\frac{-(a+g)A\{(1+\beta+a+b+g)(1+r)-b(1+n)\}(1+n)(1+r)}{H^2}. \tag{3.41}$$

$A>0$ と $n<r$ を仮定すると，$\frac{\partial x^{**}}{\partial \tau}<0, n>r$ を仮定すると，$\frac{\partial x^{**}}{\partial \tau}$ の符号はパラメータの値による．

定常状態において，相続税率の上昇は家族内所得移転，遺産，老年期の消費を減少させる効果がある．以上より次の命題を得る．

命題 5　（一括税型）賦課方式公的年金制度下で，長期的には，相続税率を上昇させる政策は子供世代に残す遺産を減少させる効果があるが，親世代への家族内所得移転も減少させる効果もある．

利他性の家族内所得移転への効果を考察してみよう．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial a}=\frac{-b(1+n)(1+\tau)A(1+r)\{(1+n)\tau+n-r\}}{H^2}. \tag{3.42}$$

$A>0$ と $\tau>r$ を仮定すると，$\frac{\partial m^{**}}{\partial a}<0$ である．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial b}=\frac{(1+n)(1+\tau)A[(1+\beta)(1+r)\overline{B}+(a+g)(1+r)\{(1+n)\tau+n-r\}]}{H^2}. \tag{3.43}$$

$A>0$ と $\tau>r$ を仮定すると，$\frac{\partial m^{**}}{\partial b}>0$ である．

長期的には，子供世代を想う程度 a の上昇は家族内所得移転を減少させ，親世代を想う程度 b の上昇は家族内所得移転を増加させる．但し $\overline{B}=(1+n)(1+\tau)$ とおく．以上より次の命題を得る．

命題 6（一括税型）賦課方式公的年金制度下で，長期的には，利他性の程度の強度は親世代への（介護のための）家族内所得移転に影響を与え，子供世代への利他性はマイナスの効果をもち，親世代への利他性はプラスの効果をもつ．

利他性の遺産への効果も考察してみよう．

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial a}=\frac{(1+r)A\overline{B}\{(1+\beta)(1+r)-b(n-r)\}}{H^2}. \tag{3.44}$$

$A>0$ と $n<r$ を仮定すると，$\frac{\partial x^{**}}{\partial a}>0$ である．

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial b}=\frac{(a+g)(1+r)(n-r)A\overline{B}}{H^2}. \tag{3.45}$$

$A>0$ と $n=r$ を仮定すると，$\frac{\partial x^{**}}{\partial b}=0, A>0$ と $n\gtreqless r$ を仮定すると，$\frac{\partial x^{**}}{\partial b}\gtreqless 0$ である．

十分条件 $n<r$ の下で，子供世代への利他性の程度が強まる時子供へ残そうとする遺産は増加し，親世代への利他性が強まる時子供へ残すとする遺産は減少する．また，この同じ十分条件下で，子供世代を想う程度 a が強いほど若年期の消費も老年期の消費も減少し，親世代を想う程度 b が強いほど若年期の消費も老年期の消費も減少する．十分条件 $n<r$ の下では，利他性の程度が強まると自分自身の消費は減少し，利他性の対象が親世代であろうと子供世代であろうと利他性の自分自身の消費へ効果は同じ方向にはたらく．以上より次の命題を得る．

命題 7（一括税型）賦課方式公的年金制度下で，長期的には，人口成長率が利子率よりも低い場合に，子供世代に対する利他性の程度が強いならば子供に残す遺産は増加する．人口成長率が利子率よりも高い場合は，子供世代への利他性が強くとも子供に残す遺産は減少する．人口成長率が利子率よりも低い場合に，親世代に対する利他性が強いならば子供に残す遺産は減少するが，人口成長率が利子率よりも高ければ，親世代への利他性が強くとも子供に残す遺産は増加する．（一括税型）賦課方式公的年金制度下では，利他性の程度が子供に残す遺産への効果は，人口成長率と利子率の大小関係によって効果が逆になり，このことは親世代への利他性の場合でも子供世代への利他性の場合でも起こる．

3.4　最適政策

本節では定常状態における修正賦課方式年金制度下での最適政策を導出する．修正賦課方式年金制度下での定常状態における社会厚生関数 U は

$$U=\log c^*+\beta\log d^*+a\log x^*+b\log m^*+g\log\frac{\alpha\tau x^*}{2+n} \tag{3.46}$$

である．但し，

$$c^*=\frac{1}{b}m^*=\frac{AB}{D}, \tag{3.47}$$

$$d^*=\frac{\beta(1+r)}{b}m^*=\frac{AB(1+r)}{D} \tag{3.48}$$

である．

(3.46）は $U=(1+\beta+a+b+g)\log m^*-(a+g)\log B+g\log\alpha+g\log\tau+$(定数）と表わせるので，政府は定常状態においてこの社会厚生関数を最大にするように τ,θ を決定する．但し，m^* は（3.36）である．最大化の条件より，

$n=r$ の時，θ のどんな値もとり得る．$n \gtreqless r$ の時，θ は端点解となる．

$$\tau = \frac{(1+n)(P+\sqrt{V})}{Z} > 0 \tag{3.49}$$

を得る．但し，

$$P = (bg^2 - a - g)(1+\beta+a+b+g) - bg\{a(1+\beta)+bg\},$$

$$V = P^2 + 4b^2g^2a(1+\beta)(1+\beta+a+g) > 0,$$

$$Z = 2abg(1+\beta+a+g)(n+\alpha) > 0$$

である．そして

$$\frac{\partial\tau}{\partial\alpha} = \frac{-(1+n)(P+\sqrt{V})2abg(1+\beta+a+g)}{Z^2} < 0 \tag{3.50}$$

である．以上より次の命題を得る．

命題 8 長期的には，修正賦課方式年金制度下の時，相続税収から年金財源に投入される割合 $1-\alpha$ を高めて公共支出へ投入する割合が低下するならば，最適相続税率は上昇する．

3.5 子育て支援政策

本節では第 3.2 節のモデルに子育て支援政策を導入する．政府は，t + 1 期に遺産を残す t 世代老年者に相続税を課し, 老年者に（孫を育てる子への）子育て支援補助金（補助金率 ϕ）を与え，t + 1 期の t 世代老年者と t + 1 期の t + 1 世代若年者へ教育サービス（義務教育や高等教育, 生涯学習教育）等の公共支出を行うとする．ϕ は祖父母の子育て支援（孫を育てている子への支援）補助金率（相続税率優遇率）である．合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

家計の効用関数は,

$$u_t = \log c_t + \beta\log d_{t+1} + a\log x_{t+1} + b\log m_t + g\log\frac{\alpha T x_{t+1}}{2+n} \tag{3.51}$$

である．家計の若年期と老年期の予算制約は，それぞれ,

$$w + x_t - \theta_t = c_t + s_t + m_t \tag{3.52}$$

$$(1+r)s_t + \pi_{t+1} + (1+n)m_{t+1} + (1+n)\phi x_{t+1} = d_{t+1} + (1+n)(1+\tau)x_{t+1} + M \tag{3.53}$$

である．純相続税率 T は $T=\tau-\phi$ とおく．修正賦課方式公的年金制度の経済であるので,

$$(1-\alpha)Tx_{t+1} + (1+n)\theta_{t+1} = \pi_{t+1} \tag{3.54}$$

である．政府は, 任意の期, 若年者と老年者への公共支出の財源は老年者が払う相続税収の α の割合で賄うと仮定する．

$$1\text{人あたりへの公共支出}=\frac{\alpha T x_{t+1} L_t}{L_t+L_{t+1}}=\frac{\alpha T x_{t+1}}{2+n}, 0<\alpha<1 \tag{3.55}$$

本節の子育て支援補助金率 ϕ は第 3.3 節の相続税率 τ と逆の効果をもつ.

3.6　おわりに

本章では，小国開放経済を仮定して，2 期間 OLG モデルの中で，2 つの財源調達方式の公的年金制度のもとで，子供に遺産を残すことを喜びに感じるパターナリスティックな効用関数で表わされた子供に対する利他性と，親の介護のための経済的な負担という家族内所得移転で表わされた親に対する利他性という双方向性の利他性をもつ家計の長期均衡解を導出し，利他性パラメータや政策パラメータの比較静学分析を行なった．さらに定常状態における最適政策も導出した．

（一括税型）賦課方式公的年金制度と修正賦課方式公的年金制度との間で，子供への利他性と親への利他性という双方向性の利他性が家計に存在する場合に，次のような長期均衡解における比較静学分析の結果を得た．

（一括税型）賦課方式公的年金制度下では，相続税率上昇政策は子供世代に残す遺産を減少させる効果があるが，親世代への家族内所得移転も減少させる．利他性の程度の強度は親世代への家族内所得移転に影響を与え，利他性の対象が子供世代の場合はマイナスの効果をもち，親世代への利他性の場合はプラスの効果をもつ．相続税収の一部を加えて賦課方式を緩めた修正賦課方式年金制度下では，長期的には，相続税率上昇政策は親への家族内所得移転を減少させる効果がある．どの公的年金制度財源方式が採用されても，相続税率上昇政策は親への家族内所得移転へマイナスにはたらく．

保険料上昇政策の家族内所得移転や遺産への効果は，財源方式というよりも，人口成長率と利子率の大小関係に依存する．相続税上昇の家計の配分決定への効果は，採用される財源方式と人口成長率・利子率大小関係によって異なる．

家計の利他性の程度の遺産への影響は，財源方式および人口成長率・利子率の大小関係によって異なる．

第 3.3 節と数学注から，定常状態において，パターナリズムの効果つまり子供から親への利他性パラメータ b の存在が家計の内生変数である子供に残す遺産や家族内所得移転へ与える影響や，それらに対して利他性パラメータや政策パラメータが与える効果に及ぼす影響を以下のようにまとめられる．

まず，パターナリズムが家族内所得移転に与える効果は，公的年金制度の財源方式が（一括税型）賦課方式でも修正賦課方式でもいずれの場合も，プラスである．（数学注参照.）パターナリズムが遺産に与える効果は，人口成長率が利子率より小さい時，（一括税型）賦課方式の場合マイナスである．修正賦課方式の場合は，人口成長率が利子率より小さい時に相続税収を限りなく全て年金財源にあてるならば，パターナリズムの遺産への効果はマイナスである．

第二に，自分の介護費用の効果は，どちらの公的年金制度の財源方式であっても，家族内所得移転に対しても，遺産に対しても，マイナスである．

第三に，パターナリズムと自分の介護費用が存在する場合の総効果は，（一括税型）賦

課方式の場合，家族内所得移転に対してプラスであり，遺産に対しては人口成長率が利子率より小さい時マイナスである．

第四に，パターナリズムの存在は，家族内所得移転に対する公的年金保険料政策や相続税政策の財政政策の効果を有効にし，いずれの財政政策もマイナスに働かせることになる．いずれの財源方式であっても，人口成長率が利子率より小さい時，パターナリズムの存在によって，公的年金保険料の上昇が公的な所得移転である年金給付金を増加させて私的な家族内所得移転を 0 から負にする．つまりパターナリズムは公的な所得移転と私的な所得移転を代替的に働かせる．いずれの財源方式であっても，パターナリズムの存在によって，相続税率の上昇は家族内所得移転を 0 から負にする．

パターナリズムの存在は，遺産に対して，（一括税型）賦課方式財源の場合，公的年金保険料政策や相続税政策の財政政策の効果を小さくしてしまう．修正賦課方式財源の場合は，パターナリズムの存在は遺産に対する公的年金保険料政策の効果を小さくするが，パターナリズムによる相続税政策の遺産への効果の大きさは確定できない．

最後に，財源方式に関係なく，パターナリズムの存在によって，親から子供への利他性が家族内所得移転に与える効果を 0 から負にし，人口成長率が利子率より小さい時子供から親への利他性が家族内所得移転に与える正の効果を小さくしてしまうのは，直観とは異なる結果である．

また，（一括税型）賦課方式財源の場合，パターナリズムの存在が，親から子供への利他性が遺産に与える効果へ及ぼす影響の大きさは確定できず，人口成長率が利子率より小さい時子供から親への利他性が遺産に与える効果に及ぼす影響は小さくする．修正賦課方式財源の場合，人口成長率が利子率より小さい時，パターナリズムの存在は，親から子供への利他性が遺産へ与える効果も子供から親への利他性が遺産へ与える効果も，小さくする．

以上のように，パターナリズムの存在が，定常状態において，家計の内生変数やそれへの政策効果や利他性効果に及ぼす影響を明らかにした．

今後の課題として，長期均衡解の安定性の検討や長・短期による政策効果の違いの検討が残っている．

数学注

第 3.3 節修正賦課方式公的年金制度で，$b=0$ の場合の計算結果は以下のとおりである．

$$m^* = 0 \tag{3.56}$$

$$x^* = \frac{(a+g)(1+r)A}{\overline{D}} \tag{3.57}$$

但し，$\overline{D} = (1+\beta+a)(1+r)\{(1+n)(1+\tau)-(1-\alpha)\tau\}-(a+g)(1+r)^2$ とする．十分条件 $n<r$ の時 $\alpha \to 0$ であれば，$D > \overline{D}$ である．

子供から親への利他性の存在つまりパターナリズムの効果は，(3.26), (3.56) 及び (3.27), (3.57) より，

$$m^*(b) > m^*(0) = 0, \tag{3.58}$$

十分条件 $n < r$ の時 $\alpha \to 0$ であれば,

$$x^*(b) < x^*(0) \tag{3.59}$$

である.

(3.28) から (3.35) までの式は以下のとおりである.

$$\frac{\partial m^*}{\partial \tau} \mid_{b=0} = 0 \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial \theta} \mid_{b=0} = 0 \tag{3.61}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial \tau} \mid_{b=0} = \frac{-(a+g)A(1+\beta+a+g)(1+r)}{\overline{D}^2} < 0 \tag{3.62}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial a} \mid_{b=0} = 0 \tag{3.63}$$

$$\lim_{b \to 0} \frac{\partial m^*}{\partial b} = \frac{AB[(1+\beta)(1+r)B + (a+g)(1+r)\{(n+\alpha)\tau + n - r\}]}{\overline{D}^2} > 0 \tag{3.64}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial a} \mid_{b=0} = \frac{(1+r)AB(1+\beta)(1+r)}{\overline{D}^2} > 0 \tag{3.65}$$

$$\lim_{b \to 0} \frac{\partial x^*}{\partial b} = \frac{(a+g)(1+r)AB(n-r)}{\overline{D}^2} \tag{3.66}$$

(3.28), (3.60) 及び (3.32), (3.64) より,

$$\frac{\partial m^*(b)}{\partial \tau} < \frac{\partial m^*(0)}{\partial \tau} = 0 \tag{3.67}$$

$$\frac{\partial m^*(b)}{\partial a} < \frac{\partial m^*(0)}{\partial a} = 0 \tag{3.68}$$

である.

十分条件 $n < r$ の時, (3.29), (3.61) より,

$$\frac{\partial m^*(b)}{\partial \theta} < \frac{\partial m^*(0)}{\partial \theta} = 0 \tag{3.69}$$

である.

十分条件 $n < r$ の時 $\alpha \to 0$ であれば (3.30), (3.62) 及び (3.33), (3.65) 及び (3.34), (3.66) 及び (3.35), (3.67) より,

$$\frac{\partial x^*(0)}{\partial \theta} < \frac{\partial x^*(b)}{\partial \theta} < 0, \left|\frac{\partial x^*(b)}{\partial \theta}\right| < \left|\frac{\partial x^*(0)}{\partial \theta}\right| \tag{3.70}$$

$$0 < \frac{\partial m^*(b)}{\partial b} < \frac{\partial m^*(0)}{\partial b} \tag{3.71}$$

$$0 < \frac{\partial x^*(b)}{\partial a} < \frac{\partial x^*(0)}{\partial a} \tag{3.72}$$

$$\frac{\partial x^*(0)}{\partial b} < \frac{\partial x^*(b)}{\partial b} < 0, \left|\frac{\partial x^*(b)}{\partial b}\right| < \left|\frac{\partial x^*(0)}{\partial b}\right| \tag{3.73}$$

である．

(3.31), (3.63) より，$\frac{\partial x^*(b)}{\partial \tau}$ と $\frac{\partial x^*(0)}{\partial \tau}$ の大小関係は確定できない．

第 3.3.1 節（一括税型）賦課方式公的年金制度において，$b = 0$ の場合の計算結果は以下のとおりである．

$$m^{**} = 0 \tag{3.74}$$

$$x^{**} = \frac{(a+g)(1+r)A}{\overline{H}} \tag{3.75}$$

但し，$\overline{H} = (1+\beta+a+g)(1+r)(1+n)(1+\tau) - (a+g)(1+r)^2 > 0$ とする．十分条件 $n \leqq r$ の時，$H \gtreqqless \overline{H}$ である．

子供から親への利他性の存在つまりパターナリズムの効果は，(3.36), (3.74) 及び (3.37), (3.75) より，

$$m^{**}(b) > m^{**}(0) = 0, \tag{3.76}$$

十分条件 $n \leqq r$ の時,

$$x^{**}(b) \leqq x^{**}(0) \tag{3.77}$$

である．

(3.38) から (3.45) は $b = 0$ の時以下のとおりである．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial \theta}\ |_{b=0} = 0 \tag{3.78}$$

$$if \overline{H} > 0, n \leqq r, \quad \frac{\partial x^{**}}{\partial \theta}\ |_{b=0} = \frac{(a+g)(1+r)(n-r)}{\overline{H}} \leqq 0 \tag{3.79}$$

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial \tau}\ |_{b=0} = 0 \tag{3.80}$$

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial \tau}\ |_{b=0} = \frac{-(a+g)A(1+\beta+a+g)(1+r)^2(1+n)}{\overline{H}^2} < 0 \tag{3.81}$$

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial a}\ |_{b=0} = 0 \tag{3.82}$$

$$\lim_{b\to 0}\frac{\partial m^{**}}{\partial b} = \frac{(1+n)(1+\tau)A[(1+\beta)(1+r)\overline{B} + (a+g)(1+r)\{(1+n)\tau + n - r\}]}{\overline{H}^2} \tag{3.83}$$

$$ifA>0,\quad \frac{\partial x^{**}}{\partial a}\mid_{b=0}=\frac{(1+r)A\overline{B}}{\overline{H}^2}(1+\beta)(1+r)>0 \tag{3.84}$$

$$ifA>0, n\lesseqgtr r,\quad \lim_{b\to 0}\frac{\partial x^{**}}{\partial b}=\frac{(a+g)(1+r)(1+n)(1+\tau)(n-r)A}{\overline{H}^2}\lesseqgtr 0 \tag{3.85}$$

(3.40), (3.80) 及び (3.42), (3.82) より，

$$\frac{\partial m^{**}(b)}{\partial \tau}<\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial \tau}=0 \tag{3.86}$$

$$ifA>0,\tau>r,\quad \frac{\partial m^{**}(b)}{\partial a}<\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial a}=0 \tag{3.87}$$

である．

十分条件 $n<r$ の時，(3.38), (3.78) 及び (3.39), (3.79) 及び (3.44), (3.84) 及び (3.43), (3.83) 及び (3.45), (3.85) より，

$$ifn\lesseqgtr r,\quad \frac{\partial m^{**}(b)}{\partial \theta}\lesseqgtr\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial \theta}=0 \tag{3.88}$$

$$ifn<r,\quad \frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \theta}<\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial \theta}<0,\left|\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial \theta}\right|<\left|\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \theta}\right|, \tag{3.89}$$

$$ifn>r,\quad \frac{\partial x^{**}(b)}{\partial \theta}>\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \theta}>0 \tag{3.90}$$

$$ifA>0,n<r,\quad 0<\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial a}<\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial a}<0, \tag{3.91}$$

$$ifA>0,n<r,\tau>r,\quad 0<\frac{\partial m^{**}(b)}{\partial b}<\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial b}, \tag{3.92}$$

$$ifA>0,n>r,\tau>r,\quad \frac{\partial m^{**}(b)}{\partial b}>\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial b}>0 \tag{3.93}$$

$$ifA>0,n<r,\quad \frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b}<\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial b}<0,\left|\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial b}\right|<\left|\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b}\right|, \tag{3.94}$$

$$ifA>0,n>r,\quad 0<\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial b}<\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b} \tag{3.95}$$

十分条件 $n<r$ の時，(3.41), (3.81) より，$\frac{\partial x^{**}(b)}{\partial \tau}$ と $\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \tau}$ の大小関係は確定できない．

次に，第 3.3 節修正賦課方式公的年金制度で，$M=0$ の場合の計算結果は以下のとおりである．

$$m^*=\frac{b\overline{A}B}{D} \tag{3.96}$$

$$x^* = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}}{D} \tag{3.97}$$

である．自分の介護費用 M の効果は,

$$m^*(M) < m^*(0) \tag{3.98}$$

$$x^*(M) < x^*(0) \tag{3.99}$$

である．(3.28) から (3.35) は以下のとおりである．

$$\frac{\partial m^*}{\partial \tau}\ |_{M=0} = \frac{-(a+g)b\overline{A}(1+r)^2(n+\alpha)}{D^2} < 0 \tag{3.100}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial \tau}\ |_{M=0} = \frac{-(a+g)\overline{A}\{(1+\beta+a+b+g)(1+r)-b(1+n)(n+\alpha)\}}{D^2} < 0 \tag{3.101}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial a}\ |_{M=0} = \frac{-b\overline{A}B(1+r)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}}{D^2} < 0 \tag{3.102}$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial b}\ |_{M=0} = \frac{\overline{A}B[(1+\beta)(1+r)B+(a+g)(1+r)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}]}{D^2} > 0 \tag{3.103}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial a}\ |_{M=0} = \frac{(1+r)\overline{A}B(1+\beta)(1+r)}{D^2} > 0 \tag{3.104}$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial b}\ |_{M=0} = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}B(n-r)}{D^2} \tag{3.105}$$

(3.28), (3.101) より,

$$\frac{\partial m^*(0)}{\partial \tau} < \frac{\partial m^*(M)}{\partial \tau} < 0, \left|\frac{\partial m^*(M)}{\partial \tau}\right| < \left|\frac{\partial m^*(0)}{\partial \tau}\right| \tag{3.106}$$

である．

十分条件 $n < r$ の時，(3.31), (3.102) 及び (3.32), (3.103) 及び (3.33), (3.104) 及び (3.34), (3.105) 及び (3.35), (3.106) より,

$$\frac{\partial x^*(0)}{\partial \tau} < \frac{\partial x^*(M)}{\partial \tau} < 0, \left|\frac{\partial x^*(M)}{\partial \tau}\right| < \left|\frac{\partial x^*(0)}{\partial \tau}\right| \tag{3.107}$$

$$\frac{\partial m^*(0)}{\partial a} < \frac{\partial m^*(M)}{\partial a} < 0, \left|\frac{\partial m^*(M)}{\partial a}\right| < \left|\frac{\partial m^*(0)}{\partial a}\right| \tag{3.108}$$

$$0 < \frac{\partial m^*(M)}{\partial b} < \frac{\partial m^*(0)}{\partial b} \tag{3.109}$$

$$0 < \frac{\partial x^*(M)}{\partial a} < \frac{\partial x^*(0)}{\partial a} \tag{3.110}$$

$$\frac{\partial x^*(0)}{\partial b} < \frac{\partial x^*(M)}{\partial b} < 0, \left|\frac{\partial x^*(M)}{\partial b}\right| < \left|\frac{\partial x^*(0)}{\partial b}\right| \tag{3.111}$$

がわかる．

第 3.3.1 節（一括税型）賦課方式公的年金制度で，$M = 0$ の場合の計算結果は以下のとおりである．

$$m^{**} = \frac{b(1+n)(1+\tau)\overline{A}}{H} \tag{3.112}$$

$$x^{**} = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}}{H} \tag{3.113}$$

但し，$\overline{A} = (1+r)w + (n-r)\theta > 0$ である．$\overline{A} > A$ である．

自分の介護費用 M の効果は,

$$m^{**}(M) < m^{**}(0) \tag{3.114}$$

$$x^{**}(M) < x^{**}(0) \tag{3.115}$$

である．(3.40) から (3.45) は以下のとおりである．

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial \tau} \mid_{M=0} = \frac{-(a+g)b(1+r)^2(1+n)\overline{A}}{H^2} < 0 \tag{3.116}$$

$if(1+\beta+a+b+g)(1+r) - b(1+n) > 0,$

$$\frac{\partial x^{**}}{\partial \tau} \mid_{M=0} = \frac{-(a+g)\overline{A}\{(1+\beta+a+b+g)(1+r) - b(1+n)\}(1+n)(1+r)}{H^2} < 0 \tag{3.117}$$

$$if \tau > r, \quad \frac{\partial m^{**}}{\partial a} \mid_{M=0} = \frac{-b(1+n)(1+\tau)(1+r)\{(1+n)\tau + n - r\}\overline{A}}{H^2} < 0 \tag{3.118}$$

$if \tau > r,$

$$\frac{\partial m^{**}}{\partial b} \mid_{M=0} = \frac{(1+n)(1+\tau)[(1+\beta)B + (a+g)\{(n+\alpha)\tau + n - r\}](1+r)\overline{A}}{H^2} > 0 \tag{3.119}$$

$$if n < r, \frac{\partial x^{**}}{\partial a} \mid_{M=0} = \frac{(1+r)(1+n)(1+\tau)\overline{A}}{H^2}\{(1+\beta)(1+r)-b(n-r)\} > 0 \quad (3.120)$$

$$if n \lesseqgtr r, \quad \frac{\partial x^{**}}{\partial b} \mid_{M=0} = \frac{(a+g)(1+r)(1+n)(1+\tau)(n-r)\overline{A}}{H^2} \lesseqgtr 0 \quad (3.121)$$

(3.40), (3.117) 及び (3.41), (3.118) 及び (3.42), (3.119) 及び (3.43), (3.120) より,

$$\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial \tau} < \frac{\partial m^{**}(M)}{\partial \tau} < 0, \left|\frac{\partial m^{**}(M)}{\partial \tau}\right| < \left|\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial \tau}\right| \quad (3.122)$$

$$\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \tau} < \frac{\partial x^{**}(M)}{\partial \tau} < 0, \left|\frac{\partial x^{**}(M)}{\partial \tau}\right| < \left|\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial \tau}\right| \quad (3.123)$$

$$if \tau > r, \quad \frac{\partial m^{**}(0)}{\partial a} < \frac{\partial m^{**}(M)}{\partial a} < 0, \left|\frac{\partial m^{**}(M)}{\partial a}\right| < \left|\frac{\partial m^{**}(0)}{\partial a}\right| \quad (3.124)$$

$$if \tau > r, \quad 0 < \frac{\partial m^{**}(M)}{\partial b} < \frac{\partial m^{**}(0)}{\partial b} \quad (3.125)$$

である.

(3.44), (3.121) 及び (3.45), (3.122) より,

$$if n < r, \quad 0 < \frac{\partial x^{**}(M)}{\partial a} < \frac{\partial x^{**}(0)}{\partial a} \quad (3.126)$$

$$if n < r, \quad \frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b} < \frac{\partial x^{**}(M)}{\partial b} < 0, \left|\frac{\partial x^{**}(M)}{\partial b}\right| < \left|\frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b}\right|, \quad (3.127)$$

$$if n > r, \quad 0 < \frac{\partial x^{**}(M)}{\partial b} < \frac{\partial x^{**}(0)}{\partial b} \quad (3.128)$$

である.

最後に，第 3.3 節修正賦課方式公的年金制度で，$b = 0, M = 0$ の場合の計算結果は以下のとおりである.

$$m^* = 0 \quad (3.129)$$

十分条件 $n < r$ の時 $\alpha \to 0$ であれば,

$$x^* = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}}{\overline{D}} \quad (3.130)$$

である.

$\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial \tau}, \frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial \theta},, \frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial \theta}, \frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial a}$ は $b = 0$ の時と同様の結果である.

(3.31)，(3.33)，(3.34)，(3.35) は以下のとおりである.

$$\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial \tau} = \frac{-(a+g)\overline{A}(1+\beta+a+g)(1+r)}{\overline{D}^2} < 0 \tag{3.131}$$

$$\frac{\partial m^*(0,0)}{\partial b} = \frac{\overline{A}B[(1+\beta)(1+r)B+(a+g)(1+r)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}]}{\overline{D}^2} > 0 \tag{3.132}$$

$$\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial a} = \frac{(1+r)\overline{A}B(1+\beta)(1+r)}{\overline{D}^2} > 0 \tag{3.133}$$

$$\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial b} = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}B(n-r)}{\overline{D}^2} < 0 \tag{3.134}$$

(3.31), (3.133) から $\frac{\partial x^*(b,M)}{\partial \tau}$ と $\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial \tau}$ の大小関係は確定できない．

十分条件 $n<r$ の時 $\alpha \to 0$ であれば，(3.33), (3.134) 及び (3.34), (3.134) から

$$0 < \frac{\partial m^*(b,M)}{\partial b} < \frac{\partial m^*(0,0)}{\partial b} \tag{3.135}$$

$$0 < \frac{\partial x^*(b,M)}{\partial a} < \frac{\partial x^*(0,0)}{\partial a} \tag{3.136}$$

$$\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial b} < \frac{\partial x^*(b,M)}{\partial b} < 0, \left|\frac{\partial x^*(b,M)}{\partial b}\right| < \left|\frac{\partial x^*(0,0)}{\partial b}\right| \tag{3.137}$$

である．

第 3.3.1 節（一括税型）賦課方式公的年金制度で，$b=0, M=0$ の場合の計算結果は以下のとおりである．

$$m^{**} = 0 \tag{3.138}$$

十分条件 $n<r$ の時，

$$x^{**} = \frac{(a+g)(1+r)\overline{A}}{\overline{H}} \tag{3.139}$$

である．$\overline{A} > A$, 十分条件 $n<r$ の時 $H > \overline{H}$ である．

子供から親への利他性の存在つまりパターナリズムの効果と自分の介護費用の効果の総和は，(3.36), (3.139) から

$$m^{**}(b,M) > m^{**}(0,0) = 0, \tag{3.140}$$

がわかる．(3.37), (3.140) より，十分条件 $n<r$ の時，

$$x^{**}(b,M) < x^{**}(0,0) \tag{3.141}$$

である．

$\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial \theta}$, $\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial \theta}$, $\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial \tau}$, $\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial a}$ は $b = 0$ の時と同様の結果である．(3.41), (3.43), (3.44), (3.45) は以下のとおりである．

$$\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial \tau} = \frac{-(a+g)\overline{A}(1+\beta+a+g)(1+n)(1+r)^2}{\overline{H}^2} < 0 \tag{3.142}$$

$$if \tau > r,$$

$$\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial b} = \frac{(1+n)(1+\tau)\overline{A}(1+r)[(1+\beta)B+(a+g)\{(n+\alpha)\tau+n-r\}}{\overline{H}^2} > 0 \tag{3.143}$$

$$\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial a} = \frac{(1+r)^2(1+n)(1+\tau)\overline{A}}{\overline{H}^2}(1+\beta) > 0 \tag{3.144}$$

$$if n \lesseqgtr r, \quad \frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial b} = \frac{(a+g)(1+r)(1+n)(1+\tau)(n-r)\overline{A}}{\overline{H}^2} \lesseqgtr 0 \tag{3.145}$$

である．

十分条件 $n < r$ の時，(3.120), (3.144) 及び (3.122), (3.146) より，

$$if n < r, 0 < \frac{\partial m^{**}(b,M)}{\partial b} < \frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial b} \tag{3.146}$$

但し $if n > r$ は $\frac{\partial m^{**}(b,M)}{\partial b}$ と $\frac{\partial m^{**}(0,0)}{\partial b}$ の大小関係は確定できない．

$$if n < r, \quad \frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial b} < \frac{\partial x^{**}(b,M)}{\partial b} < 0, \left|\frac{\partial x^{**}(b,M)}{\partial b}\right| < \left|\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial b}\right| \tag{3.147}$$

但し $if n > r$ は $\frac{\partial x^{**}(b,M)}{\partial b}$ と $\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial b}$ の大小関係は確定できない．

(3.44), (3.121) から十分条件 $n < r$ の時には $\frac{\partial x^{**}(b,M)}{\partial a}$ と $\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial a}$ および $\frac{\partial x^{**}(0,0)}{\partial \tau}$ と $\frac{\partial x^{**}(b,M)}{\partial \tau}$ の大小関係は確定できない．

参考文献

[1] Abel,A. and M. Warshawsky (1988),“Specification of the Joy of Giving : Insights from Altruism ”,*Review of Economics and statistics* ,70,145-149

[2] Aghion,P. and P. Bolton (1997), “A Theory of Trickle-Down Growth and Development ”,*Review of Economic Studies* , 64,151-172 秋

[3] Anand,Paul and Alastair Gray (2009),“Obesity as Market Failure: Could a 'Deliberative Economy' Overcome the Problemes of Paternalism ？ ”,*KYKLOS* ,62,182-190

[4] Andreoni,J. (1989), “Giving with Impure Altruism : Applications to Charity and Ricardian Equivalence”,*Journal of Political Economy*, 97,1447-1458

[5] Archibald , G.C. and David Donaldson (1976), “Non-Paternalism and the Basic Theorems of Welfare Economics”,*Canadian Journal of economics* ,9 492-507

[6] Ballet,Jerome,Philippe Meral,and Dawidson Razafimahatolotra(2009), “Altruism,Paternalism and Transfers”, *Prague Economic Papers* ,3,267-282

[7] Barro,R.(1974),“Are Government Bonds Net Wealth ?”,*Journal of Political Economy* ,82,1063-1091

[8] Barro,R.J.and X.Sala-i-Martin(1995),*Economic Growth*,McGraw-Hill(大住圭介訳（1997）,『内生的経済成長論 I 』, 九州大学出版会)

[9] Benabou,R. (2000),“Unequal Societies:Income Distribution and the Social Contract”,*American Economic Review*, 90,96-129

[10] Camerer,Colin, Samuel Issacharoff ,George Loewestein, Ted O'Donoghue and Matthew Rabin (2001),“ Regulation for Conservation: Behavioral Economics and the Case for Asymmetric Paternalism ”,*Workingpaper,California Institute of Technology*

[11] Diamond,P.A. (1965),“National Debt in a Neoclassical Growth Model”,*American Economic Review* ,55,1126-1150

[12] Galor,O, and J. Zeira (1993),“Income Distribution and Macroeconomics”,*Review of Economic Studies*, 60,35-52

[13] 石田成則 (2006),「若者（中国・九州地区の大学生対象）の国民年金に対する意識調査：国民年金アンケート（学術調査)」, 2006 年ねんきん公開講座

[14] 小林好宏 (2005),『パターナリズムと経済学』, 現代図書

[15] 厚生労働省（2003）,『平成 15 年版厚生労働白書』

[16] 厚生労働省（2006）,『平成 18 年版厚生労働白書』

[17] Kotakorpi , Kaisa (2009),“ Paternalism and Tax Competition”,*Scandinavian*

Journal of Economics ,111(1),125-141

[18] 久保和華 (2004),「公的年金制度ってなに？—その世代間格差是正について—」,『宮崎公立大学公開講座 9　多文化の時代—衝突と対応』, 宮崎公立大学鉱脈社, 111 − 135

[19] 前田純一 (1998),「人口動学と経済成長に関する一考察」,『現代経済学研究　現代経済政策の新たな展開』,7,41 − 55, 勁草書房

[20] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(1998),“Fiscal Policy in a Growth Model with Both Altruistic and Nonaltruistic Agents”,*Southern Economic Journal* ,64(3),682-697

[21] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2004),“Fiscal Policy in An Overlapping Generations Model with Bequest – as − Consumption”, *Journal of Public Economic Theory* , 6(3),397-407

[22] Michel,Philippe,Emmanuel Thibault,and Jean-Pierre Vidal(2006), “Intergenerational Altruism and Neoclassical Growth Models”,*H andbook of The Economics ofGiving,Altruism and Reciprocity*, (edited by Kolm,Serge-Christophe and Jean Mercier Ythier), North-Holland

[23] 三浦文夫編（2004）,『図説高齢者白書 2004 年度版』, 全国社会福祉協議会

[24] O’Donoghue,Ted and Mathew Rabin (2003),“ Studing Optimal Paternalism , Illustrated by a Model of Sin Taxes”,*AEA Papers and Proceeings* ,93(2),186-191

[25] Sandroni,Alvaro and Francesco Squintani (2007),“ Overconfidence ,Insurance , and Paternalism”,*American Economic Review* ,97(5),1994-2004

[26] 社会保険庁ホームページ

[27] 総務省統計局ホームページ

[28] Thaler,Richard H. and Cass R. Sunstein (2003),“Behavioral economics,Public Policy,and Paternalism ; Libertarian Paternalism”,*AEA Papers and Proceeings* ,93(2),175-179

[29] Yasuoka,Masaya(2009),“Sustainability of the Pension System:Defined Contribution and Definded Benefit”,the 2009 Autumn Meeting of the Japanese Association for Applied Economics

第 4 章

OLG モデルによる利他的行動と人的資本

4.1　はじめに

日本の介護保険制度実施の背景には，高齢化の進展に伴った要介護高齢者の増加，介護期間の長期化など介護ニーズの一層の増大と介護する家族の高齢化など要介護高齢者を支えてきた家族をめぐる状況の変化があった．そこで，日本の介護の状況調査，家族による助け合いに対する意識調査・実態調査 (厚生労働白書（2006，2009)，同 HP(2007，2010）参照）を参考にして，家族，特に親・子間の相互の想いやりや支え合いという利他的な行動と親・子の教育（学歴）に関連した人的資本について概観すると，以下が明らかになった．

ホームヘルパー等の外部の者による介護の抵抗感は少なくなっているものの依然として家族中心の介護を希望する割合が高いことも示唆されており，15 年後の将来の家族の支え合いに関して，予想として「家族による支え合いに頼らない」(65.5%) 社会を予測する割合が高いものの，理想として「家族による支え合いに頼る」割合 (55.6% ）が高くなっている．

また，親への経済的援助は，未婚の場合は，親への経済的援助をしている者は男性 18.8% ，女性 18.4% で，これに対して，有配偶者の場合，本人の親への経済的援助をしている者は男性 9.8% ，女性 5.7% である．子供への経済的援助は，子供がいる者の子供への経済的援助（子供のための支出）をしている割合は，18 歳未満の子供に対する支出では，有配偶者の場合は男性が 95.9% ，女性が 94.7% で，18 歳以上の子供に対する支出では，有配偶者の場合は男性 47.8% ，女性 44.9% である．

高齢者（65 歳から 69 歳の回答者）の生活費用の「現在」の担い手をみると，「本人，配偶者，両方」が，最も多く 59.4% で，次に多いのは「公的支援を含む組合せ」となっている．高齢者の「現在」の生活費用の担い手が「本人，配偶者，両方」という回答をしている者の主な収入源は，本人の勤労収入と社会保障等を合わせたものと回答する者の割合は男性 32.1% ，女性 17.6% ，社会保障と勤労収入以外を合わせたものと回答する者の割合は男性 40.5% ，女性 56.3% となっている．

さらに，20 歳から 69 歳までの回答者（学生は除く）の生活費用の担い手の変化を，15 歳のとき」，「最終の学校を卒業した直後」，「現在」という人生の 3 つのポイントを取り

上げて比較した調査結果から,「15 歳のとき」に「親のみ（父のみ，母のみ，父母のみの合計)」が生活費用の担い手であった割合は，74.7% であるのに対して,「最終学校の後」には，その割合は 63.1% となっている.「現在」の生活費用の担い手が誰であるのかということと本人の学歴との関連性をみると，学歴が高いほど「本人，配偶者，両方」である割合が高くなる傾向が見られる．就業と学歴の関連についてみても，20 歳から 69 歳の世帯員（学生を含む）についての調査（男性の就業者率 80.8% ，女性 58.8% ）から，男女ともに学歴が高いほど就業者率が高くなる傾向がある．男性では，就業者率は「中学校以下」で 72.8% ,「高校」84.1% ,「短大・高専」90.6% ,「大学以上」は 89.4% である．女性では,「中学校以下」で 48.8% ,「高校」60.1% ,「短大・高専」65.1% ,「大学以上」で 68.2% である.

これらの調査から，社会保障や公的支援は重要な役割を果たしていることも示唆されるが，親・子間の利他性や利他的行動が無視できないものであること，教育（人的資本，学歴）と就業者率（経済）の関連性がうかがえる．そこで，介護（親への家族内所得移転),遺産や教育（人的資本）という親・子間の利他的な行動に着目してモデルを展開してそれらの経済への影響を考察することは，介護問題が顕著になる現在において意義のあることだろうと考えられる.

理論的な先行研究においても，Lucas(1988) 以来，人的資本が経済成長の重要なエンジンの一つであることは広く知られている.

Lambrecht,Mechel and Vidal（2001）は，親は自分の子供に与える教育と相続させる遺産によって影響を与えることができる自分の子供の将来の所得に関心を持つという利他性を仮定する Becker(1991) を踏襲して，利他的な親が教育（人的資本）と遺産（物的資本）を通じて自分の子供の所得に影響を与えるという生産の存在する人的資本型の 3 期間生存 OLG モデルにおいて，賦課方式公的年金制度の規模と経済成長の関係を考察して，公的年金制度の規模が経済成長を促進する条件を見出している．しかし，利他性が経済成長に及ぼす影響については強調されておらず，子から親への利他性や利他的行動（家族内所得移転）も導入されていない.

そこで，本章は，利他性と（遺産や人的資本を通した）経済への影響を考察することを目的として，Lambrecht, Michel and Vidal（2005）と，子供から親への利他性と利他的行動（親への家族内所得移転）と自分自身の介護費用を導入した双方向ＯＬＧモデルの久保（2009）をもとにして，自分の子供の将来の所得に関心を持つという Becker(1991) 型利他性の仮定の下，生産と賦課方式公的年金制度をもつ人的資本型の双方向（子供から親，親から子供への）利他性 3 期間生存ＯＬＧモデルを構築し，親への家族内所得移転,遺産という利他的行動の定常解を導出して，子供から親，親から子供への二つの利他性が定常状態における物的資本ストックや人的資本ストックや経済成長に与える影響を考察する．その結果，子供への利他性の上昇は物的資本ストック・人的資本ストック比率を増加させ，親への利他性はそれを減少させ，二つの利他性の教育投資人的資本比率への効果は物的資本ストック・人的資本ストック比率への効果と同様であることが明らかになった.

先行研究として，遺産と人的資本をもつモデルに Barro(1974) モデルを拡張した Drazen(1978) や Becker and Tomes(1986) があり，公的年金制度と経済成長に関しては Caballe(1995)，Kaganovich and Zilcha(1999)，Scanchez-Losada(2000) があり，最近では McDonald and Zhang (2012) がある.

本章では，次節でモデルを構築し，第 4.3 節で均衡の動学過程を分析し，物的資本ス

トック・人的資本ストック比率の定常解の存在と一意性を確認した後，定常解の局所的安定性を確認する．さらに定常状態における効率労働単位（人的資本）当たりの教育支出も導出して，利他性がそれらに与える効果を比較静学分析する．終わりに得られた主要な分析結果と今後の課題をまとめる．

4.2 モデル

4.2.1 家計

賦課方式公的年金制度が存在する経済を想定する．代表的家計は幼少期，勤労期，引退期の 3 期間生存する． t 期には，引退期の t − 2 世代が N_{t-2} 人，勤労期の t − 1 世代が N_{t-1} 人，幼少期の t 世代が N_t 人存在する．人口成長率 n は外生的に与えられているとする．人口比率は $\frac{N_{t-1}}{N_{t-2}}=1+n$ である．幼少期は親に養ってもらって教育を受けると仮定する．幼少期の消費は勤労期の親の消費の中に暗黙的に含まれていると考えて，自分自身の効用関数に反映されないとする．ここでは幼少期の消費は効用レベルで無視している．また幼少期に受ける教育支出は次期の生産性（生産効果）に影響を与えるものである．幼少期の効用（消費効果）はここではこれらを想定していない．家計の効用は，幼少期の消費とその時期にうける教育支出を評価しないものとする．したがって，家計の効用は，勤労期の消費と引退期の消費を評価した自分自身の生涯効用，自分の子供の勤労期の予想可処分所得 ω_{t+1} と子供への利他性の程度 γ で評価した効用，親への家族内所得移転 m_t と親への利他性の程度 b で評価した効用の和である．

t − 1 世代の家計の効用関数は

$$u_t=(1-\beta)\log c_t+\beta\log d_{t+1}+\gamma\log\omega_{t+1}+b\log m_t, 0<\beta<1, 0<\gamma \tag{4.1}$$

である．

t − 1 世代の家計は，勤労期に，親から遺産 x_t を相続して，幼少期に h_{t-1} の人的資本を体現している親から e_{t-1} の私的な教育支出をしてもらってうけた教育によって人的資本 h_t を体現しており，非弾力的に h_t 効率単位の労働を供給して所得 w_t を得て，所得比例的公的年金保険料率 τ と一括税式公的年金保険料 η_t を徴収される． t − 1 世代の人的資本 (の定義) は $h_t=De_{t-1}^{\delta}h_{t-1}^{1-\delta}$ と仮定する．人的資本には教育による労働の質が反映される．つまり，教育支出が多くなされると人的資本が高まり，労働生産性が高まることが暗黙的に仮定されていると考えられる．規模ファクター D, 教育支出に関する教育技術の弾力性 $0<\delta<1$ とする．この t − 1 世代の可処分所得 ω_t を，自分自身の勤労期の消費 c_t と貯蓄 s_t と子供 1 人あたりおこなう教育支出 e_t を $(1+n)$ 人の子供分と親への家族内所得移転 m_t に支出する． t − 1 世代の家計は，引退期には，貯蓄の総収益と公的年金給付金 θ_{t+1} と子供 1 人あたり m_{t+1} の家族内所得移転を $(1+n)$ 人の子供から受け取り，引退期の自分自身の消費と子供への遺産 x_{t+1} を $(1+n)$ 人分に支出する．ここで，利子率 r_{t+1}， $1+r_{t+1}=R_{t+1}$ とする．

t − 1 世代の家計の勤労期，引退期の予算制約， t − 1 世代の子供である t 世代家計の予想可処分所得は，それぞれ

$$(1-\tau)w_th_t+x_t-\eta_t=c_t+s_t+(1+n)e_t+m_t, \tag{4.2}$$

$$R_{t+1}s_t + \theta_{t+1} + (1+n)m_{t+1} = d_{t+1} + (1+n)x_{t+1}, \tag{4.3}$$

$$\omega_{t+1} = (1-\tau)w_{t+1}h_{t+1} + x_{t+1} - \eta_{t+1} = (1-\tau)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \eta_{t+1} \tag{4.4}$$

である.

生涯予算制約式は,

$$\begin{aligned}\omega_t &= (1-\tau)w_th_t + x_t - \eta_t \\ &= c_t + \frac{d_{t+1} + (1+n)x_{t+1} - \theta_{t+1} - (1+n)m_{t+1}}{R_{t+1}} \qquad (4.5)\\ &+ (1+n)e_t + m_t \qquad (4.6)\end{aligned}$$

である.

ｔ－１世代家計は，ｔ期において，ｔ－１世代家計の勤労期，引退期の予算制約，ｔ－１世代の子供であるｔ世代家計の勤労期の予想可処分所得を制約条件として，ｔ－１世代家計の勤労期の消費 c_t，引退期の消費 d_{t+1}，教育支出 e_t，子供１人へ相続する遺産 x_{t+1}，親への家族内所得移転 m_t について効用最大化問題を解く．その時，勤労期の消費 c_t，引退期の消費 d_{t+1}，自分の子供が稼ぐであろう予想可処分所得 ω_{t+1} を，効用関数に代入して，貯蓄 s_t，教育支出 e_t，子供へ相続する遺産 x_{t+1}，親への家族内所得移転 m_t について制約条件なしの最大化問題として解く．このとき，所得比例的保険料率 τ, w_t, 一括税式公的年金保険料 η_t, 公的年金保険給付金 θ_{t+1}, 貯蓄の総収益率 R_{t+1}, 所得 w_{t+1}, R_t, ｔ－2 世代の人口 N_{t-2}，ｔ－１世代の人口 N_{t-1}, 消費の我慢度 β, 子供を想う利他性の程度 γ, 親を想う利他性の程度 b, 規模ファクター D, η_{t+1}, 弾力性 δ は外生変数で，１人当たりの人的資本 h_t は状態変数である．x_t, s_{t-1} はｔ期においては過去の内生変数で確定値なので与件として扱い，次期の内生変数である m_{t+1} はｔ期には予想値で与件として扱う．家計の効用最大化問題は以下である．但し、ここでは予想が現実と一致するという経済を仮定している。つまり m_{t+1} は m_{t+1} の予想値であるが、合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

$$\begin{aligned}\underset{s_t,e_t,x_{t+1},m_t}{Max} \quad & (1-\beta)\log\{(1-\tau)w_th_t + x_t - \eta_t - s_t - (1+n)e_t - m_t\} \\ & +\beta\log\{R_{t+1}s_t + \theta_{t+1} + (1+n)m_{t+1} - (1+n)x_{t+1}\} \\ & +\gamma\log\{(1-\tau)w_{t+1}De_t^{\delta}h_t^{1-\delta} + x_{t+1} - \eta_{t+1}\} + b\log m_t\end{aligned}$$

ｔ－１世代の家計の変数 s_t, e_t, m_t, x_{t+1} でこの効用関数を偏微分する．内点解を仮定すると，ｔ期におけるｔ－１世代家計の効用最大化の条件は以下のとおりである．

$$d_{t+1} = \frac{\beta R_{t+1}c_t}{1-\beta} \tag{4.7}$$

$$m_t = \frac{bc_t}{1-\beta} \tag{4.8}$$

$$e_t = (\frac{(1-\tau)w_{t+1}D\delta}{R_{t+1}})^{\frac{1}{1-\delta}}h_t = B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}}h_t \tag{4.9}$$

$$x_{t+1} = \frac{\gamma R_{t+1} c_t}{(1+n)(1-\beta)} - \{(1-\tau) w_{t+1} D\delta\}^{\frac{1}{1-\delta}} (\frac{\delta}{R_{t+1}})^{\frac{\delta}{1-\delta}} h_t + \eta_{t+1} \tag{4.10}$$

$$s_t = \{\frac{\gamma R_{t+1} - b(1+n)}{(1+n)(1-\beta)} - 1\} c_t - (1+n)\{\frac{(1-\tau) w_{t+1} D\delta}{R_{t+1}}\}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t \tag{4.11}$$

$$\frac{(1+n) b c_{t+1}}{1-\beta} - \frac{(\gamma+b) R_{t+1} c_t}{1-\beta} + \frac{\gamma R_{t+1} (1-\tau) w_t \delta h_t^{1-\delta} c_{t-1}}{(1+n)(1-\beta) B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t} + \theta_{t+1} + (R_{t+1} - 1)\eta_t$$
$$- R_{t+1}(1+n) B_{t+1}^{\frac{1}{1-\delta}} h_t - (1+n)\eta_{t+1} + (1+n)(1-\tau) w_{t+1} D h_t B_{t+1}^{\frac{\delta}{1-\delta}} = 0 \tag{4.12}$$

但し，$B_{t+1} = \frac{e_t}{h_t} = \{\frac{(1-\tau) w_{t+1} D\delta}{R_{t+1}}\}^{\frac{1}{1-\delta}}, B_t = \frac{e_{t-1}}{h_{t-1}} = \{\frac{(1-\tau) w_t D\delta}{R_t}\}^{\frac{1}{1-\delta}}$ である．

4.2.2 企業

t 期の代表的な競争的企業は最終財 Y_t を物的資本ストック K_t と人的資本ストック H_t の 2 つの生産要素を使って，人的資本の生産関数 $AK_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$ で生産している．第 4.2.2 節では自己資本家モデル型の企業を想定していたが、コブダグラス型生産関数なので Π_t/K_t でも $\partial\Pi_t/\partial K_t$ でも結果は同じなので、競争的企業を想定している．A はスケールパラメータ，$0 < \alpha < 1$ は資本分配率である．資本減耗率は 1 であると仮定し，物的資本ストックはその期に使ったものはその期に使い切ってしまう． t 期の代表的企業の利潤は $\Pi_t = AK_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} - w_t H_t - R_t K_t$ である．$1 + r_t = R_t$ とする．完全競争市場下で, w_t, R_t 所与として利潤 Π_t を人的資本ストックの需要量 H_t, 物的資本ストックの需要量 K_t で偏微分して利潤最大化問題を解くと以下である． t 期の物的資本ストックの人的資本ストックに対する比率 $\frac{K_t}{H_t}$ は k_t とする．

$$w_t = (1-\alpha) A K_t^{\alpha} H_t^{-\alpha} = (1-\alpha) A k_t^{\alpha} \tag{4.13}$$

$$R_t = \alpha A K_t^{\alpha-1} H_t^{1-\alpha} = \alpha A k_t^{\alpha-1} \tag{4.14}$$

4.2.3 政府

公的年金一括保険料 η_t，所得比例的保険料率を τ とすると，賦課方式公的年金制度は $\theta_t N_{t-2} = (\eta_t + \tau w_t h_t) N_{t-1}$ で収支が毎期一致する．公的年金給付金は $\theta_t =$

$(1+n)(\eta_t + \tau w_t h_t)$ である．

4.3 均衡

t 期の労働市場均衡条件は,

$$H_t = N_{t-1} h_t \tag{4.15}$$

である．t 期の財市場均衡条件は，

$$Y_t = N_{t-1}(c_t + s_t + (1+n)e_t + m_t) + N_{t-2}d_t \tag{4.16}$$

である．t 期の物的資本市場均衡条件は，

$$K_t = N_{t-2}s_{t-1} \tag{4.17}$$

である．財市場均衡条件式 (4.16) より $Ak_t^{\alpha}N_{t-1}h_t = N_{t-1}\omega_{t+1} + N_{t-2}d_t$ となり，期をずらすと，

$$Ak_{t+1}^{\alpha}(1+n)h_{t+1} = (1+n)\omega_{t+1} + d_{t+1} \tag{4.18}$$

となる．(4.17) に $\partial u_t/\partial x_{t+1} = 0$ を代入すると，

$$\omega_{t+1} = \frac{1}{1+\frac{\beta}{\gamma}}Ak_{t+1}^{\alpha}h_{t+1} \tag{4.19}$$

となる．ここで，$h_{t+1} = De_t^{\delta}h_t^{1-\delta}$ は t 世代の人的資本 (の定義) の仮定である．

t 期の市場均衡解を求める．(4.18)，$\partial u_t/\partial x_{t+1} = 0$ より，

$$d_{t+1} = \frac{(1+n)\beta}{\gamma+\beta}Ak_{t+1}^{\alpha}h_{t+1} \tag{4.20}$$

を得る．$\frac{e_t}{h_t} \equiv \overline{e_t}$ とおく．$\partial u_t/\partial x_{t+1} = 0$，(4.12)，(4.13) より，

$$(\frac{e_t}{h_t})^{1-\alpha} = \overline{e_t}^{1-\delta} = \frac{(1-\tau)(1-\alpha)\delta D}{\alpha}k_{t+1} \tag{4.21}$$

を得る．

$$\overline{e_t} = (\frac{(1-\tau)(1-\alpha)\delta D}{\alpha}k_{t+1})^{\frac{1}{1-\delta}} \tag{4.22}$$

t 世代の人的資本の仮定 $h_{t+1} = De_t^{\delta}h_t^{1-\delta}$ と (4.20) より，

$$h_{t+1}k_{t+1} = \frac{\alpha\overline{e_t}}{(1-\tau)(1-\alpha)\delta}h_t \tag{4.23}$$

である．$N_{t-1}s_t = K_{t+1}$ より，貯蓄は $s_t = \frac{(1+n)\alpha}{(1-\tau)(1-\alpha)\delta}\overline{e_t}h_t$ となる．勤労期の消費，家族内所得移転，遺産は，それぞれ，

$c_t = \frac{(1-\beta)(1+n)}{(\gamma+\beta)(1-\tau)(1-\alpha)\delta}\overline{e_t}h_t, m_t = \frac{b}{1-\beta}[\frac{(1-\beta)(1+n)}{(\gamma+\beta)(1-\tau)(1-\alpha)\delta}\overline{e_t}h_t],$

$x_{t+1} = \frac{\gamma R_{t+1}}{(1+n)(1-\beta)}\{\frac{(1-\beta)(1+n)}{(\gamma+\beta)(1-\tau)(1-\alpha)\delta}\overline{e_t}h_t\} - \{(1-\tau)w_{t+1}D\delta\}^{\frac{1}{1-\delta}}(\frac{\delta}{R_{t+1}})^{\frac{\delta}{1-\delta}}h_t + \eta_{t+1}$

となる．t − 1 世代の勤労期の可処分所得は，s_t，c_t，m_t，(4.20) より，

$$\omega_t = Q(\tau)\overline{e_t}h_t \tag{4.24}$$

となる．但し，$Q(\tau) = (1+n)[\frac{(1-\beta+b)}{(\gamma+\beta)(1-\tau)(1-\alpha)\delta} + 1 + \frac{\alpha}{(1-\tau)(1-\alpha)\delta}]$ である．

$$\overline{e_t} = \frac{1}{Q(\tau)h_t}\{\frac{Ak_t^{\alpha}h_t}{1+\frac{\beta}{\gamma}}\} \tag{4.25}$$

を得る．(4.21)，(4.24) より，

$$\{\frac{(1-\tau)(1-\alpha)\delta D}{\alpha}k_{t+1}\}^{\frac{1}{1-\delta}} = \overline{e_t} = \frac{1}{Q(\tau)h_t}\{\frac{Ak_t^{\alpha}h_t}{1+\frac{\beta}{\gamma}}\} \tag{4.26}$$

を得る．(4.25) を再掲すると

$$\{\frac{(1-\tau)(1-\alpha)\delta D}{\alpha}k_{t+1}\}^{\frac{1}{1-\delta}} = \overline{e_t} = \frac{Ak_t^{\alpha}}{Q(\tau)(1+\frac{\beta}{\gamma})} \tag{4.27}$$

である．(4.27) の両側は，一階の差分方程式（動学方程式）である．

但し，$Q(\tau) = (1+n)[\frac{(1-\beta+b)}{(\gamma+\beta)(1-\tau)(1-\alpha)\delta} + 1 + \frac{\alpha}{(1-\tau)(1-\alpha)\delta}]$ とおく．k_t の初期値が任意に与えられると，(4.27) から $k_{t+1}, k_{t+2}\cdots$ とオートマティックに各期の物的資本ストックの人的資本ストックに対する比率が決まり，$\overline{e_t}$ も決まる．h_t の初期値が任意に与えられると k_{t+1} とともに (4.21) と t 世代の人的資本仮定と (4.23) から h_{t+1} が逐次的に決まり，均衡 $\overline{e_t}, s_t, (c_t), m_t, \omega_t, x_{t+1}$ も決まる．(4.27) の両側の等式から，k_{t+1} は単調増加の凹関数である．したがって，以下の命題を得る．

命題 1　物的資本ストック・人的資本ストック比率の定常解が一意に存在し，定常解は局所的安定的である．

ここで，定常状態において，(4.27) より，

$$k = G^{\frac{(-1)}{1-\alpha(1-\delta)}}(\frac{A}{Q(\tau)(1+\frac{\beta}{\gamma})})^{\frac{1-\delta}{1-\alpha(1-\delta)}} \tag{4.28}$$

$$\overline{e} = G^{\frac{(-1)}{\{1-\alpha(1-\delta)\}(1-\delta)}}(\frac{A}{Q(\tau)(1+\frac{\beta}{\gamma})})^{\frac{1}{1-\alpha(1-\delta)}} \tag{4.29}$$

を得る．但し，$G = \frac{(1-\tau)(1-\alpha)\delta D}{\alpha}$ とおく．定常状態における $k, \overline{e}$ の利他性程度 γ, b に関するする比較静学から以下の命題を得る．

命題 2 子供への利他性 γ の増加は物的資本ストック・人的資本ストック比率 k を増加させ，親への利他性 b は物的資本ストック・人的資本ストック比率 k を減少させる．

証明.　(4.27) を γ, b で偏微分して，$\frac{\partial k}{\partial \gamma} > 0, \frac{\partial k}{\partial b} < 0$ を得る．■

命題 3　子供への利他性 γ の増加は教育投資人的資本比率 $\overline{e}$ を増加させ，親への利他性 b は教育投資人的資本比率 $\overline{e}$ を減少させる．

証明. (4.28) を γ, b で偏微分して，$\frac{\partial \overline{e}}{\partial \gamma} > 0, \frac{\partial \overline{e}}{\partial b} < 0$ を得る．■

最後に，可処分所得，t − 1 世代が子供に与える教育支出 e_t と t − 1 世代の人的資本 h_t の比率 $\overline{e}_t(=\frac{e_t}{h_t})$ のそれぞれの成長率は以下のとおりである．

$$\frac{\omega_{t+1}}{\omega_t} - 1 = \frac{\{\alpha(\gamma+\beta)Ak_{t+1}^{\alpha-1}Q(\tau)\overline{e}_{t+1}h_{t+1}\}}{(\frac{k_{t+1}}{k_t})^{\alpha-1}\{\alpha(\gamma+\beta)Ak_t^{\alpha-1}Q(\tau)\overline{e}_t h_t\}} - 1 \tag{4.30}$$

$$\frac{\overline{e}_{t+1}}{\overline{e}_t} - 1 = (\frac{k_{t+1}}{k_t})^{\alpha-1} - 1, 0 < \alpha < 1 \tag{4.31}$$

(4.29)，(4.30) より命題 4 を得る．

命題 4　経済（可処分所得）の成長率も教育投資人的資本比率の成長率も，物的資本ストック・人的資本ストック比率の成長率に依存する．

命題 2，3 と 4 より，子供への利他性（の増加）は，親の勤労期と引退期の消費および親への家族内所得移転（親への利他的行動）を減少させ，子供に残す遺産と貯蓄を増加させ，物的資本ストック・人的資本ストック比率も教育投資人的資本比率も増加させる効果を持ち，物的資本形成と教育による人的資本形成の増加の観点から経済を成長させると考えられる．また，親への利他性（の増加）は，親への家族内所得移転を増加させて，貯蓄を減少させて，物的資本ストック・人的資本ストック比率と教育投資人的資本比率を減少させる効果を持つため，物的資本形成と人的資本形成との減少を通した経済成長へのマイナス効果があると考えられる．

本章のモデルでは，経済が貯蓄と遺産（子供への利他的行動）の二つのルートを通した物的資本ストック形成と教育（子供への利他的行動）による人的資本ストック形成によって影響を受けており，Lambrecht, Michel and Vidal（2005）が指摘した経済成長の条件に，親への利他性が追加された．

厚生労働白書 (2006，2009）は若い世代は理想的な家族の支え合いつまり利他性が高い傾向があると指摘しており，少子化と要介護者の増加に直面している日本では，上記の命題から子供への利他性による今後の経済成長へのプラス効果と親への利他性によるマイナス効果の全体効果を，人材の質の観点から経済成長を高めるような人的資本蓄積（教育支援等）に関する支援などの新たな展開を検討する必要が強まると考えられる．

4.4　おわりに

本章では，自分の子供の将来の所得に関心を持つという Becker(1991) 型の利他性の仮定の下，賦課方式公的年金制度をもつ閉鎖経済下で，親から子供，子供から親への双方向の利他的行動を導入した人的資本型 3 期間生存 OLG モデルを構築して，均衡の動学過程を分析して，物的資本ストック・人的資本ストック比率の局所安定的な一意な定常解の存在を確認した．さらに，定常状態における物的資本ストック・人的資本ストック比率と効率労働単位（人的資本）当たりの教育支出を導出して，これらに二つの利他性が与える効果を比較静学分析して，経済成長率も導出した．

その結果，親への利他性と子供への利他性が物的資本ストック・人的資本ストック比率に与える効果は逆であることが明らかになった．子供への利他性の上昇が所得に占める割合の増加は物的資本ストック・人的資本ストック比率を増加させ，親への利他性はそれをを減少させる．また，二つの利他性の教育投資人的資本比率への効果も物的資本ストック・人的資本ストック比率への効果と同様である．さらに，物的資本ストック・人的資本ストック比率の成長率が上昇すると教育投資人的資本比率の成長率は減少することも明らかになった．

今後の課題として，公的年金保険料が物的資本ストック・人的資本ストック比率，教育投資人的資本比率や経済成長に与える効果の分析や子育て支援策等の人的資本蓄積への展開（貢献）の問題が残っている．

参考文献

[1] Barro,Robert J.(1974),“Are Government Bonds Net Wealth ”,*Journal of Political Economy*,82,1095-1117

[2] Becker,Gary S.(1991),*A Treatise on the Family*, Enlarged Edition, Harberd University Press

[3] Becker,Gary S. and Nigel Tomes (1986),“Human Capital and the Rise and Fall of Families ”,*Journal of Labor Economics*, S1-S39,reprinted in Becker(1991)

[4] Cabelle,Jordi(1995),“Endogenous Growth, Human Capital, and Bequests in a Life-Cycle Model”,*Oxford Economic Papers* ,47,156-181

[5] Drazen, Allan(1978),“Government Debt,Human Capital, and Bequests ina Life -Cycle Model”,*Journal of Political Economy*,85,505-516

[6] Kaganobich,Michael and Itzhak Zilcha(1999),“Education, Social Security, and Growth”,*Journal of Public Economics* ,71,289-309

[7] 国立社会保障・人口問題研究所 HP(2007),「2007 年社会保障・人口問題基本調査—社会保障実態調査結果の概要」

[8] 厚生労働省 (2006，2009),『厚生労働白書』

[9] 厚生労働省 HP(2007),「平成 19 年国民生活基礎調査の概況の訂正について」

[10] 厚生労働省 HP(2009),「平成 20 年人口動態統計（確定）の概況」

[11] 厚生労働省 HP(2010),「介護保険制度に関する国民の皆さまからのご意見募集（結果概要について)」

[12] 久保和華 (2009),「パターナリズムと財政政策の OLG モデル分析」, 日本地域学会 21 年度大会報告

[13] Lambrecht,Stephane, Philippe Michel and Jean-Pierre Vidal (2005),“Public Pensions and Growth”,*European Economic Review*,49(5),1261-1281

[14] Lucas,R.E.(1988),“On the Mechanics of Economic Development”,*Journal of Monetary Economics* ,22,3-42

[15] McDnoald,Stuart and Jie Zhang(2012),“Income Inequality and Economic Growth with Altruistic Bequests and Human Capital Investment”,*Macroeconomic Dynamics* ,16(S3),331-354

[16] Michel,Philippe,Emmanuel Thibault,and Jean-Pierre Vidal(2006), “Intergenerational Altruism and Neoclassical Growth Models”, *Handbook of The Economics of Giving,Altruism and Reciprocity*, (edited by Kolm,Serge-Christophe and Jean Mercier Ythier),North-Holland

[17] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2004),“Fiscal Policy in An Overlapping Gen-

erations Model with Bequest - as - Consumption ",*Journal of Public Economic Theory*,6(3),397-407

[18] Sanchez-Losada, Fernando(2000),"Growth Effects of an Unfunded Social Security System When There Is Altruism and Human Capital",*Economics Letters* ,69,95-99

[19] Yasuoka,Masaya(2009),"Sustainability of the Pension System :Defined Contribution and Definded Benefit",the 2009 Autumn Meeting of the Japanese Assosiation for Applied Economics

第 5 章

世代型政権と公的年金制度

5.1　はじめに

従来のＯＬＧモデル下で最適政策を論じる先行研究で仮定されている無限視野の政府は，各期間政策をコントロールして無限期間の最適政策を導いている．つまり，政府は政策を毎期コミットメントしている．しかし，現実には，公的年金制度や介護保険制度などの社会保障制度は賦課方式の財源調達であることと被保険者が公的年金制度の対象となる期間が長いことを考慮すると，公的年金保険料や公的年金給付金の公的年金政策は公的年金制度の被保険者が加入者，受給者として存在する期間内は一貫性をもった政策であることが要求される．現実には年金政策ではしばしば世代間の政府に対する問題が顕在化している．その問題をとりあげよう．

そこで，本章では，世代型政権を仮定して，開放小国経済下の 2 期間生存 joy-of-giving 型双方向利他性ＯＬＧモデルの中で，世代ごとの意思決定を反映した政権のモデルにおいて公的年金政策について定常状態において分析する．つまり，世代の公的年金政策に関する主張を反映する政府である場合について考察を行なう．ここでｔ期における世代型政権とは，ｔ期に勤労世代であるｔ世代から支持を得てｔ世代が勤労期のｔ期と引退期のｔ＋１期に一貫した公的年金政策を実施する政府であるとする．つまり，本章のｔ期における世代型政権は，ｔ期のｔ世代の年金保険料すなわちｔ－１世代の給付金はｔ－１期の世代型政権によって決定されてｔ期に実現されるので，ｔ期にｔ世代は自分達の給付金つまりｔ＋１世代の年金保険料を決定するものとする．

本章では，ｔ期における世代型政権は，勤労期のｔ世代と自分達の年金保険料を支払ってくれるｔ＋１世代の二つの世代を政策ターゲットとして最適公的年金政策（最適公的年金保険料金）を定常状態において導出して分析する．そして無限期間の政府の下での最適公的年金政策と比較をする．

Samuelson(1958) や Diamond(1965) らによって展開されたＯＬＧモデルは，世代が明示されて世代交代するモデルであるため公的年金制度を取り扱うことができるが，モデルに登場する行動主体が世代の数だけ増加することから，理論的分析が複雑になる．Samuelson(1975) は，最適社会保障プログラムは自由放任主義政策均衡をすべての後に続く世代の生涯幸福を最大にする黄金律均衡に変えるので，一括税型移転を年金と解釈して positive な年金の理論論文とみなされている．年金制度に関する先行研究は多数あるが，最適年金政策の研究はほとんどなされていない．

藤井・林・入谷・小黒 (2012) は利他性のないＯＬＧモデルを部分均衡によって最適性

を考察しており，本章が双方向利他性のあるＯＬＧモデルを一般均衡によって最適年金政策を考察していることとは異なっている．

Michel and Pestieau (1999) は分権化での均衡と黄金律を比較して，定常状態におけるファーストベスト最適解に到達するためには，制限のない賦課方式移転と引退年齢の両方をコントロールすることが必要であることを示している．

本章は，久保（2009）の枠組み，つまり Michel and Pestieau (2004) の joy-of-giving 型一方向利他性２期間生存ＯＬＧモデルに，公的年金制度をもつ小国開放経済下で，子供から親への利他性と子供から親への（親の介護のための）家族内所得移転という利他的行動を導入して，子供から親への利他性と親から子供への利他性という双方向利他性をもち自分の介護支出も導入して拡張したモデル，双方向利他性 2 期間生存 OLG モデルを，政府のコミットメントの期間が一世代である政権の仮定の導入のもとで，公的年金政策への世代ごとの意思決定を反映させるモデルとして展開したもので，当該世代の生存期間中の一貫した公的年金政策の実施に対する当該世代の意思を反映させる政治過程の一つのケースに相当し，従来の先行研究よりもより現実的な最適公的年金政策を分析していて，さらに双方向利他性 2 期間ＯＬＧモデル下の従来型の毎期政策をコントロールする無限視野の政府の場合の最適公的年金政策も分析している．

ｔ期における政府はｔ世代の勤労期（すなわち公的年金制度の加入期）の前世代の世代型政権による公的年金政策を所与としてｔ＋１期にｔ世代の引退期（すなわち公的年金制度の受給期）の公的年金政策の主張を政策として実現する政府つまり世代型政権であると仮定して，公的年金制度下の双方向利他性 2 期間 OLG モデルを世代の意思決定モデルとして拡張展開して定常状態における最適公的年金政策を分析している論文は他に存在しない．

本章の構成は以下の通りである．次節では開放小国経済下で賦課方式年金制度下の均衡を導出する．第 5.3 節では世代型政権の最適公的年金について賦課方式年金制度下で動学過程を記述して長期的な最適公的年金政策を導出して分析をする．第 5.4 節では無限視野の政府の下で長期における最適公的年金政策を導出して定性分析をする．最後に得られた主要な分析結果をまとめて今後の課題について言及する．

5.2　賦課方式公的年金制度下の主体均衡

5.2.1　家計

開放小国経済下で 2 期間生存の家計について述べる．ｔ期には老年期のｔ－１世代が L_{t-1} 人（既知），若年期のｔ世代が L_t 人（既知）存在する．ｔ世代はｔ期に働き，ｔ＋１期は引退する．ｔ世代の家計はｔ期に親から前期決定変数の遺産 x_t^{t-1} をもらい（内生変数の上添文字は世代，下添文字は期を表わす．期と世代が同じである場合は下添文字のみと表わす．），非弾力的な労働供給を行なって稼得所得 w（given) を得て，保険料金 θ_t を徴収される．θ_t はｔ－１世代政権の政策変数であり，家計にとっては given である．可処分所得を若年期の消費 c_t，貯蓄 s_t，ｔ－１世代（親世代）への私的家族内所得移転 m_t にふりわける．c_t, s_t, m_t はｔ世代の家計の内生変数である．そしてｔ＋１期には所与の外国の利子率 r の下で，貯蓄収益 $(1+r)s_t$ と支払われる公的年金給付金 τ_{t+1} と子供１人当たりの私的家族内所得移転の予想 m^e_{t+1} を $1+n$ 人の子供から受け取る．ｔ世代の家計

は m^e_{t+1} を given として扱う．人口成長率 n も定数で given とする．そして老年期の消費 d^t_{t+1} と given の介護のための消費 M と n 人の子供（t＋1 世代）への 1 人あたりの遺産 x^t_{t+1} にふりわける．d^t_{t+1} と x^t_{t+1} は内生変数である．予想値が現実の値に一致するという合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．

t 世代の家計の効用関数は，以下の対数関数に特定化する．

$$u_t = \log c_t + \beta \log d^t_{t+1} + a \log x^t_{t+1} + b \log m_t \tag{5.1}$$

である．ただし，a は t 世代が子供（t＋1 世代）を想う利他性の程度，b は t 世代が親（t－1 世代）を想う利他性の程度，$\beta(0 < \beta < 1)$ は家計の割引率を表わしている．

t 世代家計は，所得 w，利子率，年金政策（年金保険料金 θ_t，年金給付金 τ_{t+1}），親から受け継いだ遺産 x^{t-1}_t，介護のための消費 M，人口成長率 n，子供から移転される家族内所得移転の予想値 m^e_{t+1} を所与として，以下の若年期，老年期の予算制約の下で，生涯効用を最大にするように，若年期の消費 c_t，老年期の消費 d^t_{t+1}，t－1 世代（親世代）への私的家族内所得移転 m_t，子供（t＋1 世代）1 人あたりの遺産 x^t_{t+1} を決定する．

$$w + x^{t-1}_t - \theta_t = c_t + s_t + m_t \tag{5.2}$$

$$(1+r)s_t + \pi_{t+1} + (1+n)m^e_{t+1} = d^t_{t+1} + (1+n)x^t_{t+1} + M \tag{5.3}$$

$$(1+n)\theta_{t+1} = \pi_{t+1} \tag{5.4}$$

賦課方式公的年金の政府予算制約式 $\pi_t = \frac{L_t}{L_{t-1}}\theta_t = (1+n)\theta_t$ より得られた (5.4) は家計にとっての賦課方式公的年金の政府予算である．(5.2)，(5.3) と (5.4) から生涯予算制約式は

$$w+x^{t-1}_t-\theta_t = c_t+\frac{1}{1+r}\left\{d^t_{t+1} + (1+n)x^t_{t+1} + M - (1+n)\theta_{t+1} - (1+n)m_{t+1}\right\}+m_t \tag{5.5}$$

である．t 世代家計の生涯効用最大化の一階条件は，

$$c_t = \frac{1}{b}m_t \tag{5.6}$$

$$d^t_{t+1} = \frac{\beta(1+r)}{b}m_t \tag{5.7}$$

$$x^t_{t+1} = \frac{a(1+r)}{b(1+n)}m_t \tag{5.8}$$

$$m_{t+1} - \frac{(1+r)(1+\beta+a+b)}{b(1+n)}m_t + \frac{a(1+r)^2}{b(1+n)^2}m_{t-1}$$
$$= -\frac{(1+r)}{(1+n)}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{1+n}{1+r}\theta_{t+1}\}^{*1} \tag{5.9}$$

である．(5.9) は生涯予算制約式に (5.6)，(5.7)，(5.8) を代入して導出している．最大化の二階の十分条件は $b(1+b) > \frac{1}{a}$ である．(5.9) を再掲すると，

$$m_t = \frac{b(1+n)}{(1+r)(1+\beta+a+b)}[m_{t+1} + \frac{a(1+r)^2}{b}m_{t-1}$$
$$+ \frac{(1+r)}{(1+n)}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{1+n}{1+r}\theta_{t+1}\}] \tag{5.10}$$

である．子から親への私的家族内所得移転は，前期決定の私的家族内所得移転 (given)，子供から受け取るであろう私的家族内所得移の予想値 (given)，家計にとって所与とみなしている政策パラメータ θ_t, θ_{t+1} の関数 $m_t = m_t(m_{t-1}, m_{t+1}, \theta_t, \theta_{t+1}, w, r)$ となっている．ｔ世代の自分自身の若年期の消費と老年期の消費，子供へ残す遺産は，子から親への私的家族内所得移転の関数となっている．若年期，老年期の消費，子供へ残す遺産は，家族内所得移転の関数として表される．二つの利他性パラメータ（子供への利他性，親への利他性）が家族内所得移転に与える効果は以下の命題で与えられる．

命題 1 前期決定の私的家族内所得移転と自分が受け取るであろう家族内所得移転の予想値，年金政策が与えられている時，子供への利他性は親への家族内所得移転を減少させ，親への利他性の増加は親への家族内所得移転を増加させる．

証明. 上式を a, b で偏微分すると，それぞれ，$\frac{1+r}{1+n}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{1+n}{1+r}\theta_{t+1}\} + m_{t+1} > \frac{(1+\beta+b)m_{t-1}}{b}$ ならば $\frac{\partial m_t}{\partial a} < 0$,
$\frac{1+r}{1+n}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{1+n}{1+r}\theta_{t+1}\} + m_{t+1} > \frac{a(1+r)^2 m_{t-1}}{1+\beta+a}$ ならば $\frac{\partial m_t}{\partial b} > 0, a = 0$ の時，$\frac{\partial m_t}{\partial b}|_{b=0} > 0$ を得る． ■

5.3　世代型政権の最適年金政策

本節では，ｔ世代とｔ＋１世代を政策の対象としたターゲット関数にもとづいて，賦課方式公的年金制度の最適公的年金政策を考察する．そこでｔ期における世代型政権の目的はｔ世代の給付金つまりｔ＋１世代のｔ＋１期の年金保険料金 θ_{t+1} をコントロールしてｔ世代とｔ＋１世代の家計を対象として社会厚生を最大にすることである．家計の効用関数は第 2 節より私的家族内所得移転の関数として表わすことができる．そこで，政府はｔ世代家計の私的家族内所得移転 $\widetilde{m}_t$ とｔ＋１世代家計の私的家族内所得移転 $\widetilde{m}_{t+1}$ の最適値を読み込んで，θ_{t+1} をコントロールして，ｔ世代の間接効用関数とｔ＋１世代の間接効用関数から構成される以下のターゲット関数 W_t を最大にすることである．γ は社会的割引率を表わしている．Meijdam and Verbon (1997) では，$(\gamma(n_t)+1)/(1+n_t)$ を用いて政治力を表わし，$\gamma'(n_t) < 0$ と仮定している．

$$
\begin{aligned}
W_t &= u_t(\widetilde{m}_t) + \gamma u_{t+1}(\widetilde{m}_{t+1}) \qquad (5.11)\\
&= (1+\beta+a+b)\log \widetilde{m}_t + a\log\frac{a(1+r)}{b(1+n)} + \beta\log\frac{\beta(1+r)}{b} + \log\frac{1}{b}\\
&\quad + \gamma(1+\beta+a+b)\log \widetilde{m}_{t+1} + a\log\frac{a(1+r)}{b(1+n)} + \beta\log\frac{\beta(1+r)}{b} + \log\frac{1}{b}
\end{aligned}
$$

(5.11) は,

$$
W_t = (1+\beta+a+b)\log(\widetilde{m}_t + \gamma\widetilde{m}_{t+1}) + (1+\gamma)\{a\log\frac{a(1+r)}{b(1+n)} + \beta\log\frac{\beta(1+r)}{b} + \log\frac{1}{b}\} \qquad (5.12)
$$

である．したがって,

$$
W_t = (1+\beta+a+b)\{\log\widetilde{m}_t + \gamma\log\widetilde{m}_{t+1}\} + \text{定数} \qquad (5.13)
$$

と表わせる．政府の最大化問題は $\widetilde{W_t} = \log\widetilde{m}_t + \gamma\log\widetilde{m}_{t+1}$ を θ_{t+1} をコントロールして最大化する問題となる．

$\widetilde{m}_t, \widetilde{m}_{t+1}$ は，m_{t+2}, m_{t-1} を given として家計最大化からそれぞれ得られた t 世代の私的家族内所得移転 m_t と，t + 1 世代の私的家族内所得移転 m_{t+1}（m_t を 1 期後ろにずらした式）の連立方程式から得られた解（関数）である．$\widetilde{m}_t, \widetilde{m}_{t+1}$ は，政府が読み込む家計の最適値である．

$$
\begin{aligned}
\widetilde{m}_t &= \frac{A^2 m_{t+2} + B m_{t-1}}{1-AB}\\
&\quad + \frac{G[(1+n)A\theta_{t+2} + \{1+n-(1+r)A\}\theta_{t+1} - (1+r)\theta_t + (1+A)X]}{1-AB}^{*2} \qquad (5.14)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{m}_{t+1} &= \frac{A m_{t+2} + B^2 m_{t-1}}{1-AB}\\
&\quad + \frac{G[(1+n)\theta_{t+2} + \{(1+n)B-(1+r)\}\theta_{t+1} - (1+r)B\theta_t + (1+B)X]}{1-AB}^{*2} \qquad (5.15)
\end{aligned}
$$

である．

最大化の 1 階条件は

$$
\frac{\partial\widetilde{W_t}}{\partial\theta_{t+1}} = \frac{1}{\widetilde{m}_t}\frac{\partial\widetilde{m}_t}{\partial\theta_{t+1}} + \frac{\gamma}{\widetilde{m}_{t+1}}\frac{\partial\widetilde{m}_{t+1}}{\partial\theta_{t+1}} = 0 \qquad (5.16)
$$

より

$$
\frac{\widetilde{m}_{t+1}}{\widetilde{m}_t} = -\frac{\gamma(\partial\widetilde{m}_{t+1}/\partial\theta_{t+1})}{(\partial\widetilde{m}_t/\partial\theta_{t+1})} \qquad (5.17)
$$

が得られる．m_{t+2}, m_{t-1} は given であるので，（5.14）と（5.15）より

$$\frac{\partial \widetilde{m}_t}{\partial \theta_{t+1}} = \frac{\{(1+n)B-(1+r)A\}G}{1-AB} \tag{5.18}$$

$$\frac{\partial \widetilde{m}_{t+1}}{\partial \theta_{t+1}} = \frac{\{(1+n)B-(1+r)\}G}{1-AB} \tag{5.19}$$

となる．（5.17）に（5.14），（5.15），（5.18）と（5.19）を代入して

$$\begin{aligned}\widetilde{\theta}_{t+1} = &-\frac{(Z+\gamma HA)\{Am_{t+2}+(1+n)G\theta_{t+2}}{GZH(1+\gamma)} - \frac{(ZB+\gamma H)\{Bm_{t-1}-(1+r)G\theta_t}{GZH(1+\gamma)} \\ &- \frac{X\{\gamma H(1+A)\}+Z(1+B)\}}{ZH(1+\gamma)}\end{aligned} \tag{5.20}$$

を得る．動学体系（$\widetilde{m}_t, \widetilde{\theta}_{t+1}$）は（5.14）と（5.20）の連立差分方程式として記述できる．記述の前に，（5.14）の θ_t に（5.20）式を代入すると，

$$\begin{aligned}\widetilde{\widetilde{m}}_t = &\frac{Am_{t+2}}{1-AB}\{A-\frac{Z+\gamma HA}{K}\} + \frac{(1+n)\theta_{t+2}A}{1-AB}\{A-\frac{Z+\gamma HA}{K}\} \\ &+ \frac{\theta_{t+1}AZ}{1-AB}\{1-\frac{(1+\gamma)H}{K}\} + \frac{A}{1-AB}[1+AX-\frac{X\{Z(1+B)+\gamma H(1+A)\}}{K}]\end{aligned} \tag{5.21}$$

を得る．

従って，動学体系（$\widetilde{\widetilde{m}}_t, \widetilde{\theta}_{t+1}$）は，（5.20）と（5.21）の連立差分方程式の行列表示で以下のように記述できる．

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\widetilde{\widetilde{m}}_t \\ \widetilde{\theta}_{t+1}\end{pmatrix} = &\begin{pmatrix}\frac{(AH-Z)A}{(1-AB)H(1+\gamma)} & \frac{(AH-Z)(1+n)G}{(1-AB)H(1+\gamma)} \\ \frac{-(Z+\gamma HA)A}{GHZ(1+\gamma)} & \frac{-(Z+\gamma HA)(1+n)G}{GHZ(1+\gamma)}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}m_{t+2} \\ \theta_{t+2}\end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix}\frac{(H-ZB)B}{(1-AB)H(1+\gamma)} & \frac{-H-ZB)(1+r)G}{(1-AB)H(1+\gamma)} \\ \frac{(ZB+\gamma H)B}{GHZ(1+\gamma)} & \frac{(ZB+\gamma H)1+r)G}{GHZ(1+\gamma)}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}m_{t-1} \\ \theta_t\end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix}\frac{GX\{H(1+A)-Z(1+B)\}}{(1-AB)H(1+\gamma)} \\ \frac{X\{\gamma H(1+A)+Z(1+B)\}}{HZ(1+\gamma)}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{5.22}$$

但し，$Z = 1+n-(1+r)A, H = (1+n)B-(1+r), A = \frac{b(1+n)}{(1+r)(1+\beta+a+b)}, B = \frac{a(1+r)}{(1+n)(1+\beta+a+b)}, G = \frac{b}{(1+r)(1+\beta+a+b)}, X = (1+r)w-M$

である．

以下では定常状態において分析することにする．定常状態を $\theta_{t+2} = \theta_{t+1} = \theta_t = \theta, m_{t+2} = m_{t+1} = m_t = m_{t-1} = m$ とする．まず定常状態において連立方程式 (5.14), (5.20) から $(\widetilde{m}, \widetilde{\theta})$*2 が得られ，それぞれ

$$\begin{aligned}\widetilde{\theta} = &\frac{X}{r-n}[1+\{\frac{a(1+r)(1+\gamma)}{Y} + \frac{b(1+n)^2}{(1+r)Y} + \frac{a(1+r)^2}{(1+n)Y} - (1+r)(1+\gamma)\} \\ &\times \frac{\gamma[2(n-r)\{b(1+r)+r\}+(2n-r)\{\beta(1+r)+1\}]}{\{(2+r+n)(r-n)S-YTQ\}}]^{*3}\end{aligned} \tag{5.23}$$

$$\widetilde{m} = \frac{b(2+r+n)\{(1+r)w-M\}\{Q-Z(r-n)\}}{(1+r)\{(2+r+n)(r-n)S-(1+\beta+a+b)TQ\}}^{*3} \tag{5.24}$$

である．(5.23) より以下の命題が得られる．

命題 2 世代型政権を仮定すると，定常状態における最適公的年金保険料が決定される．

定常状態における親への家族内所得移転 $\widetilde{m}$，公的年金保険料 $\widetilde{\theta}$ に二つの利他性パラメータ a,b，自分自身の介護支出 M，利子率 r が与える効果についてはシミュレーション分析から以下の命題にまとめられる．

命題 3 利子率＞人口成長率（動学的効率性（過小資本蓄積））で，子供への利他性が非常に小さい時，b のある範囲で，親への利他性の増加は親への家族内所得移転は増加させてその後減少させる効果がある．子供への利他性が非常に小さい時，b のある範囲で親への利他性の増加は公的年金保険料も増加させてその後減少させる効果がある．

証明． シミュレーションの結果から $a=0.04, n=0.01, r=0.015, \beta=\gamma=0.9, M=3$ の時，$0.2 \leqq b \leqq 0.3$ ならば $\partial\widetilde{m}/\partial b > 0, 0.3 \leqq b < 2.4$ ならば $\partial\widetilde{m}/\partial b < 0, 0.2 \leqq b \leqq 0.4$ ならば $\partial\widetilde{\theta}/\partial b > 0, 0.4 \leqq b < 2.4$ ならば $\partial\widetilde{\theta}/\partial b < 0$ ■

命題 4 利子率＞人口成長率で，親への家族内所得移転と自分の若年期の消費を同等に評価し，親への利他性が子供への利他性より大で自分自身の介護支出が少ない時，a のある範囲で，子供への利他性の増加は親への家族内所得移転を増加させ，公的年金保険料を減少させる効果がある．この時，自分自身の介護費用が多いならば，a の小さい値の範囲で，子供への利他性の増加は親への家族内所得移転を増加させて公的年金保険料を減少させる効果があるが，a の値がある値を超えて大きくなるにつれて，子供への利他性の増加は親への家族内所得移転を減少させて公的年金保険料を増加させる効果を持つ．

証明． シミュレーションの結果から $b=1, n=0.01, r=0.015, \beta=\gamma=0.9, M=3$ の時，$0.03 \leqq a \leqq 0.05$ なら $\partial\widetilde{m}/\partial a > 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial a < 0, b=1, n=0.01, r=0.015, \beta=\gamma=0.9, M=6$ の時，$0 < a \leqq 0.1$ ならば $\partial\widetilde{m}/\partial a > 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial a < 0, 0.1 \leqq a \leqq 1$ ならば $\partial\widetilde{m}/\partial a < 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial a > 0$ ■

命題 5 利子率＞人口成長率で，親への家族内所得移転と自分の若年期の消費を同等に評価し，親への利他性が子供への利他性より大である時，自分自身の介護支出の増加は親への家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる．

証明． シミュレーションの結果から $a=0.01, b=1, n=0.01, r=0.015, \beta=\gamma=0.9, 0 \leqq M \leqq 9$ の時，$\partial\widetilde{m}/\partial M < 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial M < 0$ ■

命題 6 親への家族内所得移転と自分の若年期の消費を同等に評価し，親への利他性が子供への利他性より大で自分自身の介護支出が少ない時，利子率の小さいある範囲（但し人口成長率と等しい利子率は除く）で，利子率の上昇は親への家族内所得移転を減少させて公的年金保険料を増加させる効果があり，利子率の値の範囲が大きくなると，利子率の上昇は親への家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる効果がある．

証明. シミュレーションの結果から $n = 0.01, a = 0.04, b = 1, \beta = \gamma = 0.9, M = 3$ の時，$0 \leqq r \leqq 0.012$（但し $r \neq 0.01$）ならば $\partial\widetilde{m}/\partial r < 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial r > 0, 0.012 \leqq r \leqq 0.02$ ならば $\partial\widetilde{m}/\partial r < 0, \partial\widetilde{\theta}/\partial r < 0$ ■

5.4　無限期間政府の最適年金政策

本節では無限期間政府による定常状態における賦課方式年金制度下での最適年金政策を導出する．前節は世代型政権を仮定し，各期ごとに政府が変わるものとしているのに対して，本節は政府は無限期間存在し，個人は 2 期間生存する場合の考察になっており，ＯＬＧモデルの最適課税の一般的な想定と同じである．

まず t 期の t 世代の代表的家計の生涯効用関数は，

$$u_t = \log c_t + \beta \log d_{t+1} + a \log x_{t+1} + b \log m_t \quad 0 < \beta < 1, 0 < a \leqq, 0 < b \leqq 1 \tag{5.25}$$

である．この家計の若年期，老年期の予算制約は，それぞれ

$$w + x_t - \theta_t = c_t + s_t + m_t \tag{5.26}$$

$$(1+r)s_t + \pi_{t+1} + (1+n)m^e_{t+1} = d_{t+1} + (1+n)x_{t+1} + M \tag{5.27}$$

である．但し，賦課方式公的年金制度であるので，$(1+n)\theta_{t+1} = \pi_{t+1}$ である．これらの予算制約のもとで，ｔ世代家計は $w, r, n, \theta_t, \pi_{t+1}, x_t, m_{t+1}, M$ を所与として，生涯効用を最大にするように若年期の消費 c_t，老年期の消費 d_{t+1}，ｔ＋１期に子供１当りに残す遺産 x_{t+1}，親へのｔ期での私的家族内所得移転 m_t の配分を決定する．合理的期待形成の一致条件を満たすような予想経路を考えている．効用最大化の一階条件は

$$c_t = \frac{1}{b} m_t \tag{5.28}$$

$$d_{t+1} = \frac{\beta(1+r)}{b} m_t \tag{5.29}$$

$$x_{t+1} = \frac{a(1+r)}{b(1+n)} m_t \tag{5.30}$$

$$\begin{aligned} m_t = {} & \frac{a(1+r)m_{t-1}}{(1+\beta+a+b)(1+n)} + \frac{b(1+n)m_{t+1}}{(1+\beta+a+b)(1+r)} \\ & + \frac{b}{(1+\beta+a+b)}\{w - \theta_t - \frac{M}{1+r} + \frac{1+n}{1+r}\theta_{t+1}\} \end{aligned} \tag{5.31}$$

である．ここで，(5.31) を

$$m_{t+1} = Am_t + Bm_{t-1} + C\theta_t + D\theta_{t+1} + E \tag{5.32}$$

と書き表すことにする．但し，$A = \frac{(1+r)(1+\beta+a+b)}{b(1+n)}, B = \frac{-a(1+r)^2}{b(1+n)^2}, C = \frac{1+r}{1+n}, D = -1, E = \frac{-(1+r)}{(1+n)}(w - \frac{M}{1+r})$ とおく．m_0, m_{-1} を所与とすると，

$$
\begin{aligned}
m_t &= \{A^t + (t-1)A^{t-2}B + \Delta_1\}m_0 + \{A^{t-1}B + (t-2)A^{t-1}B^2 + \Delta_2\}m_{-1} \\
&\quad + \{A^{t-1} + (t-2)A^{t-3}B + \Delta_3\}C\theta_0 + \cdots + (A^3D + 2ABD + A^2C + BC)\theta_{t-3} \\
&\quad + (A^2D + BD + AC)\theta_{t-2} + (AD + C)\theta_{t-1} + D\theta_t \\
&\quad + (\Delta_4 + A^3 + 2AB + A^2 + B + A + 1)E
\end{aligned}
$$

が推測される *4．Δ_1 と θ_{t-3} の係数は 4 期から出現し，Δ_2 と Δ_3 と Δ_4 は 5 期から出現し，θ_{t-2} の係数と θ_0 の係数の第 2 項 $(t-2)A^{t-3}B$ は 4 期から出現する．

無限期間の政府は，政府の毎期の予算制約 $L_t\theta_t = L_{t-1}\pi_t$ のもとで，m_0, m_{-1} を所与として，0 期から無限期までの社会厚生関数 W を最大にするように公的年金保険料の流列 $\{\theta_t \mid t \in [0, \infty]\}$ を決定する．この時，社会厚生関数は以下の間接効用関数である．

$$
\underset{\{\theta_t\}}{Max} W = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_t(m_t(\theta_0, \cdots, \theta_t)) \tag{5.33}
$$

(5.33) は以下の展開

$$
\begin{aligned}
W &= u_0 + \delta u_1 + \delta^2 u_2 + \cdots + \delta^{t-1}u_{t-1} + \delta^t u_t + \delta^{t+}u_{t+1} + \cdots \\
&= \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t [(1+\beta+a+b)\log m_t(\theta_0, \cdots, \theta_t) + \log\frac{1}{b} + \beta\log\frac{\beta(1+r)}{b} + a\log\frac{a(1+r)}{b(1+n)}] \\
&= \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t [(1+\beta+a+b)\log m_t(\theta_0, \cdots, \theta_t)] + \text{定数} \\
&\propto \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t (1+\beta+a+b)\log m_t(\theta_0, \cdots, \theta_t) \\
&= (1+\beta+a+b)\log m_0 + \delta(1+\beta+a+b)\log m_1 + \delta^2(1+\beta+a+b)\log m_2 + \cdots \\
&\quad + \delta^t(1+\beta+a+b)\log m_t + \cdots
\end{aligned}
$$

より，社会厚生関数をあらためて以下の通り，

$$
\begin{aligned}
V = \frac{W}{(1+\beta+a+b)} &= \log m_0 + \delta\log m_1 + \delta^2\log m_2 + \cdots \\
&\quad + \delta^t\log m_t + \cdots
\end{aligned} \tag{5.34}
$$

とおく．つまり，無限期間政府は m_0, m_{-1} を所与として以下の社会厚生問題を解くことになる．

$$
\begin{aligned}
\underset{\theta_0,\cdots\theta_t\cdots}{Max}\ V &= \log m_0 + \delta\log m_1(\theta_0, \theta_1) + \delta^2\log m_2(\theta_0, \theta_1, \theta_2) + \cdots \\
&\quad + \delta^t\log m(\theta_0, \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_t) + \cdots
\end{aligned} \tag{5.35}
$$

無限期間政府の社会厚生最大化問題の一階条件は以下のとおりである．

$for \quad \forall t, t \in [0, \infty],$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{m_0}\frac{\partial m_0}{\partial \theta_0} + \frac{\delta}{m_1}\frac{\partial m_1}{\partial \theta_0} + \frac{\delta^2}{m_2}\frac{\partial m_2}{\partial \theta_0} + \frac{\delta^3}{m_3}\frac{\partial m_3}{\partial \theta_0} + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_0} \\
&\quad + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_0} + \cdots \\
&= 0 + \frac{\delta}{m_1}C + \frac{\delta^2}{m_2}AC + \frac{\delta^3}{m_3}(A^2+B)C + \cdots \\
&\quad + \frac{\delta^t}{m_t}\{A^{t-1} + (t-2)A^{t-3}B + \Delta_3\}C + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_0} + \cdots \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \theta_1} &= \frac{\delta}{m_1}\frac{\partial m_1}{\partial \theta_1} + \frac{\delta^2}{m_2}\frac{\partial m_2}{\partial \theta_1} + \frac{\delta^3}{m_3}\frac{\partial m_3}{\partial \theta_1} + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_1} + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_1} + \cdots \\
&= \frac{\delta}{m_1}D + \frac{\delta^2}{m_2}(AD+C) + \frac{\delta^3}{m_3}(A^2D+BD+AC) + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_1} \\
&+ \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_1} + \cdots \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \theta_2} &= \frac{\delta^2}{m_2}\frac{\partial m_2}{\partial \theta_2} + \frac{\delta^3}{m_3}\frac{\partial m_3}{\partial \theta_2} + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_2} + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_2} + \cdots \\
&= \frac{\delta^2}{m_2}D + \frac{\delta^3}{m_3}(AD+C) + \frac{\delta^4}{m_4}(A^2D+BD+AC) + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_2} \\
&+ \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_2} + \cdots \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \theta_3} &= \frac{\delta^3}{m_3}\frac{\partial m_3}{\partial \theta_3} + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_3} + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_3} + \cdots \\
&= \frac{\delta^3}{m_3}D + \frac{\delta^4}{m_4}(AD+C) + \frac{\delta^5}{m_5}(A^2D+BD+AC) + \cdots + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_3} \\
&+ \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_3} + \cdots \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$\vdots$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \theta_{t-1}} &= \frac{\delta^{t-1}}{m_{t-1}}\frac{\partial m_{t-1}}{\partial \theta_{t-1}} + \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_{t-1}} + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_{t-1}} + \cdots \\
&= \frac{\delta^{t-1}}{m_{t-1}}D + \frac{\delta^t}{m_t}(AD+C) + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_{t-1}} + \cdots \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \theta_t} &= \frac{\delta^t}{m_t}\frac{\partial m_t}{\partial \theta_t} + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_t} + \cdots \\ &= \frac{\delta^t}{m_t}D + \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_t} + \cdots \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \theta_{t+1}} &= \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}\frac{\partial m_{t+1}}{\partial \theta_{t+1}} + \cdots \\ &= \frac{\delta^{t+1}}{m_{t+1}}D + \cdots \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\vdots$$

以上をまとめて再掲すると，最大化の一階条件は，

$for \quad \forall t, t \geqq 1,$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_t} = \sum_{i=t}^{\infty}\frac{\delta^i}{m_i}\frac{\partial m_i}{\partial \theta_i} = D\frac{\delta^t}{m_t} + \sum_{i=t+1}^{\infty}\frac{\delta^i}{m_i}\frac{\partial m_i}{\partial \theta_i} = 0 \tag{5.36}$$

$for \quad t = 0,$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_0} = \sum_{i=t+1}^{\infty}\frac{\delta^i}{m_i}\frac{\partial m_i}{\partial \theta_0} = 0 \tag{5.37}$$

である．(5.36)，(5.37) より，最適公的年金保険料の流列 $\{\theta_t \mid t \in [0,\infty]\}$ は解くことができない．このことは先行研究でこれまで分析されてこなかったことの裏付けとなることを示していると考えられる．これ以降，定常状態で考察することにする．$m = m_0 = m_{-1} = m_1 = m_2 = \cdots$ を $m_1 = Am_0 + Bm_{-1} + C\theta_0 + D\theta_1 + E$ に代入すると，$m = (A+B)m + C\theta_0 + D\theta_1 + E$ （i）となる．

同様にして，$m_2 = Am_1 + Bm_0 + C\theta_1 + D\theta_2 + E$ に代入すると，$m = (A+B)m + C\theta_1 + D\theta_2 + E$ （ii）となる．（i）と（ii）より，$C\theta_0 + D\theta_1 = C\theta_1 + D\theta_2$ である．繰り返すと，$C\theta_0 + D\theta_1 = C\theta_1 + D\theta_2 = C\theta_2 + D\theta_3 = C\theta_3 + D\theta_4 = \cdots$ より，

$\theta_1(D-C) = D\theta_2 - C\theta_0,$

$\theta_2(D-C) = D\theta_3 - C\theta_1,$

$\theta_3(D-C) = D\theta_4 - C\theta_2,$

$$\vdots$$

となる．ここで簡単化のため，$D - C = 1$ とすると，$\theta_1 = D\theta_2 - C\theta_0, \theta_2 = D\theta_3 - C\theta_1, \theta_3 = D\theta_4 - C\theta_2, \cdots$ となる．$D\theta_2 = \theta_1 + C\theta_0$ つまり $\theta_2 = \frac{1}{D}\theta_1 + \frac{C}{D}\theta_0$ より，$\frac{1}{D} + \frac{C}{D} = 1$ であるので，$\theta_2 - \theta_1 = -\frac{C}{D}(\theta_1 - \theta_0)$ である．つまり公的年金保険料 θ の階差数列が公比 $-\frac{C}{D}$ の等比数列である．なお，$D - C = 1$ を仮定しなくとも，$D\theta_2 = (D-C)\theta_1 + C\theta_0$ より $\theta_2 = \frac{D-C}{D}\theta_1 + \frac{C}{D}\theta_0$ より，$\frac{D-C}{D} + \frac{C}{D} = 1$ であるので，$\theta_2 - \theta_1 = -\frac{C}{D}(\theta_1 - \theta_0)$ である．つまり公的年金保険料 θ の階差数列が公比 $-\frac{C}{D}$ の等比数列である．

$$\theta_2-\theta_1=-\tfrac{C}{D}(\theta_1-\theta_0)$$
$$\theta_3-\theta_2=-\tfrac{C}{D}(\theta_2-\theta_1)=(-\tfrac{C}{D})^2(\theta_1-\theta_0)$$
$$\vdots$$
$$\theta_{t+1}-\theta_t=(-\tfrac{C}{D})^t(\theta_1-\theta_0)$$
$$\vdots$$

である．$\theta_1=\theta_0$ とすると，$\theta_{t+1}=\theta_t$ となり，$\theta=\theta_0=\theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_t=\theta_{t+1}\cdots$ が導ける．これを定常状態とする．

もしも $\theta_1\neq\theta_0$ とすると，$for\quad\forall t\geqq 1, \frac{\theta_2-\theta_1}{\theta_1-\theta_0}=-\frac{C}{D}, \frac{\theta_3-\theta_2}{\theta_2-\theta_1}=-\frac{C}{D},\cdots$ となり，$\left|-\frac{C}{D}\right|$ と 1 との大小関係で，公的年金保険料の階差が広がるか収束するかとなる．

定常状態で無限期間政府の社会厚生関数 W は,

$$W=u+\delta u+\delta^2u+\cdots+\delta^{t-1}u+\delta^tu+\delta^{t+1}u+\cdots \tag{5.38}$$

である．(5.38) を展開すると

$$W=(1+\beta+a+b)\log m+\delta(1+\beta+a+b)\log m+\delta^2(1+\beta+a+b)\log m$$
$$+\cdots+\delta^t(1+\beta+a+b)\log m+\cdots$$

$$=(1+\beta+a+b)(1+\delta+\delta^2+\cdots+\delta^t+\cdots)\log m \tag{5.39}$$

$$=(1+\beta+a+b)\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t\log m=(1+\beta+a+b)\frac{1}{1-\delta}\log m\propto\log m=V \tag{5.40}$$

となる．但し $\delta<1$ とする．$|\delta|<1$ なので収束する．ここで，定常状態で無限期間政府の社会厚生関数を $V=\frac{W}{(1+\beta+a+b)}=\log m(\theta)$ として，以下の社会厚生最大化問題を公的年金保険料について解く．

$$\underset{\theta}{Max}W\propto\underset{\theta}{Max}V=\underset{\theta}{Max}\log m(\theta) \tag{5.41}$$

(5.41) の一階条件は,

$$\frac{\partial V}{\partial\theta}=\frac{1}{m}\frac{\partial m(\theta)}{\partial\theta}=0 \tag{5.42}$$

である．但し,

$$m=\frac{b\{w-\frac{M}{1+r}+(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta\}}{(1+\beta+a+b)-\frac{a(1+r)}{1+n}-\frac{b(1+n)}{1+r}}$$

$$=\frac{b(w-\frac{M}{1+r})}{(1+\beta+a+b)-\frac{a(1+r)}{1+n}-\frac{b(1+n)}{1+r}}+\frac{b(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta}{(1+\beta+a+b)-\frac{a(1+r)}{1+n}-\frac{b(1+n)}{1+r}} \tag{5.43}$$

とする．$m(\theta)\geqq 0(\because c\geqq 0)$ より，(5.43) の右辺 $\geqq 0$ の θ の定義域を調べる．

まず(5.43)の分母>0のとき, つまり, $(1{+}\beta{+}a{+}b)(1{+}n)(1{+}r) > a(1{+}r)^2{+}b(1{+}n)^2$のとき,

$b\{w-\frac{M}{1+r}+(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta\} \geqq 0$ である．本章では $b>0$ を仮定しているので，$w-\frac{M}{1+r} \geqq -(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta$ である.

このとき $\frac{1+n}{1+r}>1$ つまり $n>r$ ならば,

$$\frac{w-\frac{M}{1+r}}{\frac{1+n}{1+r}-1} \geqq -\theta$$

なので,

$$\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \leqq \theta \tag{5.44}$$

となる．左辺は負の値である.

また，$\frac{1+n}{1+r}<1$ つまり $n<r$ ならば,

$$\theta \leqq \frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \tag{5.45}$$

となる．右辺は正の値である.

以上より，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r) > a(1+r)^2+b(1+n)^2$ かつ $b>0$ の時, $m(\theta) \geqq 0$ になる θ の範囲は

$n>r$（過剰資本蓄積（動学的非効率性））ならば，$\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \leqq \theta$,

$n<r$（過少資本蓄積（動学的効率性））ならば，$\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \geqq \theta$

である.

次に(5.43)の分母<0のとき, つまり, $(1{+}\beta{+}a{+}b)(1{+}n)(1{+}r) < a(1{+}r)^2{+}b(1{+}n)^2$のとき,

$b\{w-\frac{M}{1+r}+(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta\} \leqq 0$ である．b >0 を仮定しているので，$w-\frac{M}{1+r} \leqq -(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta$ である.

このとき $\frac{1+n}{1+r}>1$ つまり $n>r$ ならば,

$$\theta \leqq \frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \tag{5.46}$$

である．右辺は負の値である.

$\frac{1+n}{1+r}<1$ つまり $n<r$ ならば,

$$\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \leqq \theta \tag{5.47}$$

である．左辺は正の値である.

以上より，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r) < a(1+r)^2+b(1+n)^2$ かつ $b>0$ の時, $m(\theta) \geqq 0$ になる θ の範囲は

$n>r$ ならば，$\theta \leqq \frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r}$

$n<r$ ならば，$\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r} \leqq \theta$

である.

ここで，(5.42) を解くと,

$$\frac{\{(1+\beta+a+b)-\frac{a(1+r)}{1+n}-\frac{b(1+n)}{1+r}\}}{b\{w-\frac{M}{1+r}+(\frac{1+n}{1+r}-1)\theta\}}\frac{b(\frac{1+n}{1+r}-1)}{\{(1+\beta+a+b)-\frac{a(1+r)}{1+n}-\frac{b(1+n)}{1+r}\}}=0 \tag{5.48}$$

である．(5.48) を計算すると，

$$\frac{n-r}{w(1+r)-M+(n-r)\theta}=0 \tag{5.49}$$

となる．(5.49) から θ を求めると，$n=r$ の時，θ はどんな値もとりうることが得られる．

(5.49) を再掲すると，

$$\frac{\partial V}{\partial \theta}=\frac{1}{\{\theta-\frac{w(1+r)-M}{n-r}\}}=0 \tag{5.50}$$

である．したがって，(5.48) の左辺は θ について線形なので，θ は端点解になる．$n \neq r$ の時，$n>r$ ならば，θ は大きいほど望ましく，$n \neq r$ の時，$n<r$ ならば，θ は小さいほど望ましいことが得られる．以上より，以下の命題を得る．

命題 7 $n=r$ の時，最適公的年金保険料 θ は (5.49) を満たすようにどんな値もとり得る．$n \neq r$ のとき θ は端点解となる．過剰資本蓄積 $(r<n)$ の場合，パラメータの値に依存して $\theta=\infty$ か $\theta=\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r}<0$ となる．過少資本蓄積 $(n<r)$ の場合も，パラメータの値に依存して，$\theta=-\infty$ か $\theta=\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r}>0$ となる．

証明． 最適公的年金保険料 θ は，$n=r$ のとき，$\theta=[-\infty,\infty]$ である．$n \neq r$ のとき θ は端点解となる．過剰資本蓄積 $(r<n)$ の場合，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r)>a(1+r)^2+b(1+n)^2$ ならば $\theta=\infty$ となり，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r)<a(1+r)^2+b(1+n)^2$ のならば $\theta=\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r}$ となる．過少資本蓄積 $(n<r)$ の場合，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r)>a(1+r)^2+b(1+n)^2$ ならば $\theta=-\infty$ となり，$(1+\beta+a+b)(1+n)(1+r)<a(1+r)^2+b(1+n)^2$ ならば $\theta=\frac{-\{(1+r)w-M\}}{n-r}$ となる．■

5.5 おわりに

本章では，小国開放経済下 2 期間生存 joy-of-giving 型双方向利他性ＯＬＧモデルに世代型政権を導入したことにより，最適年金政策（最適年金保険料政策）の条件と定常状態での最適年金保険料の導出及び最適年金保険料と政府が政策に読み込んでいる親への家族内所得移転への子供への利他性と親への利他性の影響をシミュレーション分析することができた．また，無限期間政府の最適年金政策の条件と定常状態での解を導出することもできた．

その結果，世代型政権を仮定すると定常状態における最適公的年金保険料が決定される．一方，無限期間政府の場合，定常状態において，人口成長率と利子率が等しい時，最適公的年金保険料は (5.49) を満たすようにどんな値もとり得て，人口成長率と利子率が異なる時，最適公的年金保険料は端点解となることが明らかになった．また，シミュレー

ションの結果，動学的効率性（過小資本蓄積つまり利子率が人口成長率より大である）の場合，以下の通りとなった．子供への利他性と親への利他性の限られた範囲内で，親への利他性が家族内所得移転に与える効果はプラスからマイナスになり，公的年金保険料への効果もプラスからマイナスになる．各パラメータの制約の下で子供への利他性の家族内所得移転に対する効果はプラスからマイナスになり，公的年金保険料に対する効果はマイナスからプラスになる．各パラメータの制約下で，自分自身の介護費用は家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる．各パラメータの制約下で，利子率の上昇は親への家族内所得移転を減少させて公的年金保険料を増加させる効果があり，利子率の値の範囲が大きくなると利子率の上昇は親への家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる効果がある．

数学注

*1　（5.9）式を書き直すと，

$$m_t = \frac{b}{(1+r)(1+\beta+a+b)}m_{t+1} + \frac{a(1+r)}{(1+\beta+a+b)}m_{t-1} + \frac{b}{(1+\beta+a+b)}\{w-\theta_t-\frac{M}{1+r}+\frac{1}{1+r}\theta_{t+1}\} \tag{5.51}$$

となる．さらに（5.51）を

$$m_t = Am_{t+1} + Bm_{t-1} + A\{X-(1+r)\theta_t+(1+n)\theta_{t+1}\} \tag{5.52}$$

と書き直す．但し

$$A = \frac{b}{(1+r)(1+\beta+a+b)}, B = \frac{a(1+r)}{(1+\beta+a+b)}, X = (1+r)w - M$$

とする．

θ_t, θ_{t+1} は政策パラメータなので家計は所与とみなすので，（5.51）は m_t に関する 2 階線形非同次差分方程式である．（5.53）を

$$m_{t+1} - \frac{1}{A}m_t + \frac{B}{A}m_{t-1} = \frac{R(\theta_t, \theta_{t+1})}{A} \tag{5.53}$$

と書き直す．$R(\theta_t, \theta_{t+1}) = -A\{X-(1+r)\theta_t+(1+n)\theta_{t+1}\} = R(t, t+1)$ とおいて表記する．$\frac{1}{A}, \frac{B}{A}, \frac{R(\theta_t,\theta_{t+1})}{A}$ は既知とする．

（5.53）の同次形を

$$m_{t+1} - \frac{1}{A}m_t + \frac{B}{A}m_{t-1} = 0 \tag{5.54}$$

とする．

$\frac{1}{A^2} - \frac{4B_t}{A} > 0$ の場合, 固有値 $\lambda_1 = \frac{1}{2A} + \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}} > 0, \lambda_2 = \frac{1}{2A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}} > 0$ ならば,

$$m_t = \left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t \quad , m_t = \left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t \tag{5.55}$$

は（5.54）の解の一部となる．（5.54）の一般解は

$$m_t = c_1\left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t + c_2\left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t \tag{5.56}$$

である．未定係数 c_1, c_2 を初期値 $m_{t-1} = \widetilde{m}_0, m_{t+1} = \widetilde{m}_2$ として求める．よって，同次 2 階差分方程式（5.54）の解は，

$$m_t = c_1\left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t + c_2\left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t \tag{5.57}$$

である．但し，

$$c_1 = \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}}\{\widetilde{m}_2 - \widetilde{m}_0(\frac{1}{2A^2} - \frac{B_t}{A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}})\}$$

$$c_2 = \{1 + \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}}(\frac{1}{2A^2} - \frac{B}{A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}})\}\widetilde{m}_0 - \frac{A\widetilde{m}_2}{\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}}$$

初期値 $m_{t-1} = \widetilde{m}_0, m_{t+1} = \widetilde{m}_2$

である．

次に非同次 2 階差分方程式（5.53）の解は

$$m_t^* = c_1^{n0} m_{1t} + c_2^{n0} m_{2t} - \frac{1}{A}(\sum_{k=n0+1}^{t} \frac{R(k,k+1)}{C[m_1,m_2]_k})m_{1t} + \frac{1}{A}(\sum_{k=n0+1}^{t} \frac{R(k,k+1)}{C[m_1,m_2]_k})m_{2t} \tag{5.58}$$

である．但し

$$m_{1t} = \left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t, m_{2t} = \left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{2A}\sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{4B}{A}}\right)^t$$

$$R(k,k+1) = -A\{X - (1+r)\theta_t + (1+n)\theta_{t+1}\}$$

である．$C[m_1, m_2]_k$ はカソラチ行列式，$c_1^{n0}, c_2^{n0}, \widetilde{m}_0, \widetilde{m}_2$ は初期値として，得られた．この解は $m_t^* = m_t^*(\theta_t, \theta_{t+1}, \theta_{t+2}; \widetilde{m}_0, \widetilde{m}_2, c_1^{n0}, c_2^{n0})$ となっている．

*2　t 期の世代型政権の社会厚生最大化の θ_{t+1} の決定は，t 世代と t + 1 世代の家計の行動を読み込んでいる．つまり，以下の (5.59) と (5.59) を 1 期後ろにずらした (5.60) の連立方程式から m_t, m_{t+1} を決定し，これらが政府の読み込んでいる家計の最適値 $\widetilde{m}_t, \widetilde{m}_{t+1}$ である．但し，m_{t-1}, m_{t+2} は given とする．

t 世代と t ＋ 1 世代の家計の私的家族内所得移転の 2 階線形差分方程式は，それぞれ

$$m_t^* = Am_{t+1} + Bm_{t-1} + A\{X - (1+r)\theta_t + \theta_{t+1}\} \tag{5.59}$$

$$m_{t+1}^* = Am_{t+2} + Bm_t + A\{X - (1+r)\theta_{t+1} + \theta_{t+2}\} \tag{5.60}$$

である．

*3　定常状態において，(5.14) は，

$A\theta[(1+r)(ZB+\gamma H) - \{(Z+\gamma HA) + (1+\gamma)ZH\}] = m\{A(Z+\gamma HA) + B(ZB+\gamma H)\} + AX\{Z(1+B) + \gamma H(1+A)\}$

である．(5.20) は，

$(1 - AB - A^2 - B)m = A[\{A + Z - (1+r)\}\theta + (1+A)X]$

である．これらの 2 つの上式の連立方程式を解いて $(\widetilde{m}, \widetilde{\theta})$ を求めた．

*4　1 期目から計算すると，

$m_1 = Am_0 + Bm_{-1} + C\theta_0 + D\theta_1 + E$

$m_2 = (A^2+B)m_0 + ABm_{-1} + AC\theta_0 + (AD+C)\theta_1 + D\theta_2 + (A+1)E$

$m_3 = (A^3+2AB)m_0 + (A^2B+B^2)m_{-1} + (A^2+B)C\theta_0 + (A^2D+BD+AC)\theta_1 + (AD+C)\theta_2 + D\theta_3 + (A^2+B+A+1)E$

$m_4 = (A^4+3A^2B+B^2)m_0 + (A^3B+2AB^2)m_{-1} + (A^3+2AB)C\theta_0 + (A^3D+2ABD+A^2C+BC)\theta_1 + (A^2D+BD+AC)\theta_2 + (AD+C)\theta_3 + D\theta_4 + (A^3+2AB+A^2+B+A+1)E$

$m_5 = (A^5+4A^3B+3AB^2)m_0 + (A^4B+3A^2B^2+B^3)m_{-1} + (A^4+3A^2B+B^2)C\theta_0 + (A^4D+3A^2BD+B^2D+A^3C+2ABC)\theta_1 + (A^3D+2ABD+A^2C+BC)\theta_2 + (A^2D+BD+AC)\theta_3 + (AD+C)\theta_4 + D\theta_5 + (A^4+3A^2B+B^2+A^3+2AB+A^2+B+A+1)E$

$\cdots$

となり，m_t が推測される．

参考文献

[1] de la Croix,D. and Philippe Michel(2002), *A Theory of Economic Growth :Dynamics and Policy in Overlapping Generations*, Cambridge University Press

[2] Diamond,P.(1965),"National debt in a neoclassical growth model",*American Economic Review*,58,1126-1150

[3] Diamond,P.(1977),"A framework for social security analysis",*Journal of Public Economics* ,8(5.3),275–298

[4] Kubo, Waka (2009), " An OLG Model Analysis of Paternalism and Fiscal Policy" ,the 2009 Autumn Meeting of the Japanese Association for Applied Economics

[5] Meijdam,Lex and Harrie A.A.Verbon (1996), Aging and Political Decision Making on Public Pensions ,*Journal of Population Econoimcs* ,9,141-158

[6] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(1999), " Social Security and Early Retirement in an Overlapping Generations Growth Model",*Working Paper* ,9951,CORE,Universite Catholique de Louvain

[7] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2004), " Fiscal Policy in An Overlapping Generations Model with Bequest – as − Consumption", *Journal of Public Economic Theory* , 6(5.3),397-407

[8] Sala-I-Martin,Xavier(1996),"A positive theory of social security",*Journal of Economics Growth* ,1(5.2),277–304

[9] Samuleson,Paul(1958),"An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money",*Journal of Political Economy* ,66,467-482

[10] Samuleson,Paul(1975),"Optimal Social Security in a Life-Cycle Growth Model",*International Economic Review* ,16(5.3),539-544

[11] 藤井隆雄，林史明，入谷純，小黒一正 (2012),「最適年金の理論」，mimeo

第 6 章

公的年金制度の 2 地域経済分析

6.1　はじめに

近年，EU ではグローバル金融危機の影響により財政的統合も課題となり，EU 加盟各国の専権事項とされてきた年金制度の課題が一層深刻化したともみられているが，その中で公的年金制度については具体的な検討は進んでいない状況である．2010 年欧州委員会が公表した「十分，持続可能性，かつ安全な欧州年金制度に向けたグリーンペーパー」によると，EU が単一市場の強みを発揮するためには，年金の域内（単一）市場の強化が必要とされることも挙げられており，年金統合の問題は将来的には検討すべき課題となるであろうことが示唆されていた．このように年金制度は市場統合の観点から検討すべき課題を残していると考えられる．一方，2009 年の米国の参加表明に伴い世界的に幅広い関心を集めている TPP（ Trans-Pacific Strategic Economic Partnership Agreement ）に，日本も 2013 年に参加表明をした．地域間の多国間貿易のみならず地域間の様々な新しい分野の包括的な協定として交渉が行われており，日本の社会保障制度（公的年金制度）も影響を受ける可能性がでてきたと考えられる．

そこで，まず，異なる 2 地域で，もともと公的年金制度も異なっており，資本市場が開放されていて，公的年金の統合が行なわれる場合，その公的年金政策の経済への影響を分析を行なうことにする．そして，2 地域が独立の年金制度をもっていて 2 地域の年金を統合をしないで資本市場が完全（開放）されている場合や 2 地域が年金制度も資本市場も分断されている（つまり 1 地域モデルに相当する）場合と比較をする．すなわち，本章の目的は，２地域の年金制度の統合と資本市場開放の有無（の組み合わせの経済）を組み込んだ 1 財 2 地域経済 OLG モデルにおいて，以下の相違要因のある 2 地域で，年金制度の地域統合と資本市場開放の有無（の組み合わせの経済）が，2 地域の経済や子供数に与える影響を調べることである．この時，２地域の違いとして考えられるのは，全要素生産性，資本と労働の分配率の違いである．さらに子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性の違いも考慮することにする．最後に，これらに子育て支援政策を導入した場合も分析する．

２地域モデルに拡張する課題は，地域統合のあり方である．財，労働，資本の各市場の開放の状況や公的年金政策の統合のあり方とその組み合わせで場合分けができる．特に，年金制度の統合の有無のケースや，年金制度の統合についても両地域で年金政策が異なる場合や両地域で共通の年金政策 (ユニバーサルな年金制度）である場合が考えられ，その

時社会厚生関数の設定についても両地域の個人の間接効用の総和であるのか，各地域それぞれの個人の間接効用の総和とするのか場合分けができる．ここでは，資本市場が開放されている経済下で両地域の年金政策が共通である場合（ユニバーサルな年金制度）と年金制度が統合されていない場合と 2 地域で資本市場も年金制度も分断されている場合を想定して分析し，さらに，これらに子育て支援政策を導入した場合を比較分析する．

先行研究については，同様の 1 地域モデルは小塩＆安岡（2010）等で分析されており，本章は小塩＆安岡（2010）（以下小塩-安岡モデルと呼ぶことにする）の 2 地域への拡張である．本章は小塩-安岡モデルを 2 地域モデルに拡張したものである．

小塩-安岡モデルは，親への家族内所得移転（経済的支援）と子育てコストがあり人口を内生化させた世代重複モデルで，確定給付型賦課方式公的年金制度が有る経済と無い経済の下で，出生率の動学方程式を求めて，出生率の動学メカニズムを導出し，公的年金が持続するための条件を導出し，さらに子育て支援を導入した場合に，その条件がどのように緩和されるかを分析している．その際，小塩-安岡モデルは確定給付型の賦課方式年金制度を設定して，所得比例的な年金給付や保険料や親への経済的支援を設定しているのに対し，久保（2009）は一括税式賦課方式公的年金制度と遺産と親への家族内所得移転のある双方向性利他性 2 期間生存 OLG モデルを小国開放経済下で展開することによってモデルを簡単化して比較静学分析している．

公的年金は，子供が担ってきた親孝行（老親扶養）の役割を社会化するための社会的装置であるとも言われる．このような公的年金のとらえ方は，高齢保障仮説（old-age security hypothesis）と呼ばれる（Cigno(1992)）．「親孝行の社会化」のための装置である公的年金が拡充されれば，資本財としての子供に対する需要はその分弱まることになる（Zhang and Nishimura(1993)）．これに対して，Sinn(2004) は，子供が生まれない場合に社会全体で老後の世話をしてもらうという，いわば出生保険（fertility insurance）として賦課方式の公的年金を根拠づけている．この場合も公的年金が拡充すれば子供に対する需要が減少するという点では基本的に同じ効果が発生する．Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) も，公的年金の存在によって出生率が低下することを示している．小塩-安岡モデルは，Zhang and Zhang(1998) や Wigger(1999) の枠組みを参考にしつつも，子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避するための条件（公的年金の規模の上限）を導出し，子育て支援の導入によってそうした条件がどのように緩められるかという点についても検討を加えて，公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論している．

本章の主な結果は，資本市場開放下で 1 地域モデルを 2 地域モデルに拡張すると，年金統合の有無や子育て支援政策の有無に影響を受けずに，公的年金制度の充実（年金給付率の引上げ政策）は子供数を減少させるというものであり，公的年金政策が子供数へ与える効果は 1 地域モデルの先行研究と同様であった．また地域を特色づけるそれぞれの要因が子供数へ与える効果を調べることもできた．

本章の構成は以下の通りである．次節では，本章の分析の基礎となる基本モデルを設定し，全要素生産性，資本と労働の分配率，子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性が異なる 2 地域において，年金統合・資本市場開放モデルを展開して動学メカニズムを説明し，地域で異なる要因や年金政策が定常状態において子供数に与える効果をシミュレーションをして比較静学分析を行なう．第 6.3 節では，2 地域が独立の年金制度をもっていて（年金統合をしないで）資本市場が開放されている場合を同様に分析する．第

6.4 節では，2 地域が年金制度も資本市場も分断されている（つまり 1 地域モデルに相当する）場合と比較する．第 6.5 節は，これら第 6.2 節，第 6.3 節と第 6.4 節に子育て支援政策を導入した場合について同様の分析を行なう．終わりに，得られた主要な分析結果をまとめて今後の課題について言及する．

6.2 年金統合・資本市場開放モデル

本章の分析の基礎となるモデルは，1 国に資本移動の自由化をもった 2 地域（$i = 1, 2$）と中央政府が存在し，各地域には中央政府が運営する各地域それぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度と代表的個人と代表的企業が存在している経済を想定する．t 期の第 i 地域には L_{ti} 人存在する．1 国の人口の初期値 L_0 で，第 1 地域と第 2 地域の人口比率（L_{10} 対 L_{20}）は a 対 $1-a, 0 < a < 1$ であるとすると，t 期の第 1 地域の人口は $L_{1t} = \prod_1^t n_{1t} a L_0$, 第 2 地域の人口は $L_{2t} = \prod_1^t n_{2t}(1-a)L_0$ である．n_{it} は子供数である．本節では，中央政府は両地域のそれぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度を運営していて，これらを統合して，両地域で共通の年金政策なので，両地域の総保険料と総給付額が等しくなるように年金予算をくんでいると仮定する．したがって，年金率 β と年金保険料率 τ は両地域で同一になっている．また，確定給付型公的年金制度とは，毎期，所得に占める年金（給付額）の比率 β が等しいものであるとする．

なお，資本の自由化により，両地域の資本市場が開放されて，両地域の利子率 r_t は同じ水準になっている．全要素生産性（$A_i(i = 1, 2)$），資本分配率が異なる（$\alpha_i(i = 1, 2)$）コブダグラス生産関数をそれぞれの 2 地域が持っているとする．また子育てコスト（$c_i(i = 1, 2)$），子育てコストの子供数に対する弾力性が 2 地域（$\epsilon_i(i = 1, 2)$）で異なるとする．

6.2.1 i 地域の個人

まず，個人について説明をすることにする．第 i 地域の個人は若年期と高齢期の 2 期間生存世代重複モデルである．t 期に生まれた個人は t 期に若年期に労働を供給し，賃金 w_{it} を得て，そのうちの θ_{it} の割合を高齢の親に対する経済的支援に回すとともに，保険料率 τ の下で公的年金保険料 τw_{it} を負担し，個人 1 人の出生数は n_{it} とし，これを個人が決定する（したがって女性の出生率は $2n_{it}$ となる）．賃金の $c(n_{it})$ の割合に相当する子育てコストを支払って，消費を行ない，残りを貯蓄に回す．子育て単位コスト関数 $c_i n_{it}^{\epsilon}, c_i > 0$ を設定する．ϵ_i は子育てコストの子供数に対する弾力性であり，$\epsilon_i > 1$ と想定する．また，t + 1 期の高齢期には若年期の貯蓄 s_{it} の総収益 $(1 + r_{t+1})s_{it}$ と子供 n_{it} 人からの家族内所得移転（経済的支援）$n_{it}\theta_{it}w_{it+1}$ と年金 βw_{it+1} によって生活する．第 i 地域の個人の効用は若年期と老年期の消費からなり，個人は生涯所得をすべて消費に回し，子供に遺産を残さないとする．すなわち，若年期の個人は子供の教育コストを支払って子供を産み，親のために所得の一部をまわすことになる．t 世代の個人の効用関数は，以下の対数関数 (6.1) に特定化する．

$$u_{it} = \gamma \log c_{it} + (1-\gamma) \log d_{it+1}, 0 < \gamma < 1 \tag{6.1}$$

個人の若年期と高齢期の予算制約 (6.2),(6.3) それぞれ

$$c_{it} = \{1 - \theta_{it} - c(n_{it}) - \tau\}w_{it} - s_{it} \tag{6.2}$$

$$d_{it+1} = (1 + r_{t+1})s_{it} + (n_{it}\theta_{it} + \beta)w_{it+1} \tag{6.3}$$

$$c(n_{it}) = c_i n_{it}^{\epsilon_i}, 0 < c_i < 1, \epsilon_i > 1 \tag{6.4}$$

である．任意の時点でこれらの予算制約のもとで，個人は $w_{it}, w_{it+1}, c_i, \tau, \beta, r_{t+1}$ を given として自分自身の効用を最大にするように，4 つの内生変数，個人一人あたりの子供の数 n_{it}，若年期の消費 c_{it}，老年期の消費 d_{it+1}，親への経済的支援率 θ_{it} を決定する．ここで，個人は自分達が親に行ったのと同じ程度の経済的支援を，自分の子供たちもしてくれるもとと期待して自分の親に対する経済的支援率を決定すると仮定する．（そうして得られた経済的支援率はすべての世代に属する個人が順守する社会的規範となる（Zhang and Zhang (1998)）．つまり，θ について信念を持っている．自分の θ と自分の子供の θ を自分がコントロールできると信じている．両方の θ を決めるとしている．γ で各期の消費の生涯効用におけるウェイトを示している．

解は，以下のとおりである．

$$n_{it} = \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \tag{6.5}$$

$$\theta_{it} = c_i\epsilon_i\{\frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1})\}^{\epsilon_i} \tag{6.6}$$

$$s_{it} = [(1-\gamma)(1-\tau) - (1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \{\frac{w_{it}}{w_{it+1}} \cdot (1 + r_{t+1})\}^{\epsilon_i}]w_{it} - \gamma\beta\frac{w_{it+1}}{1 + r_{t+1}} \tag{6.7}$$

6.2.2　i 地域の企業

次に企業について説明をする．資本分配率の異なる 2 地域にそれぞれ競争的な企業が存在しており，最終財 Y_{it} を資本ストック K_{it} と労働力ク L_{it} の 2 つの生産要素を使って，コブダグラス型の生産技術で生産している．A_i は全要素生産性である．この代表的企業の t 期の利潤は $\Pi_{it} = A_i K_{it}^{\alpha_i} L_{it}^{1-\alpha_i} - K_{it} - w_{it}L_{it} - r_t K_{it}$ である．資本減耗率は 1 であると仮定し，資本ストックはその期に完全に減価される．$0 < \alpha_i < 1$ は資本分配率である．全要素生産性，資本分配率は 2 つの地域で異なっていると仮定する．資本減耗率は 0 であると仮定している Samuelson(1975) と資本減耗率は 1 であると仮定している Michel and Pestieau （1993) とで，生産関数の違いによって最適な人口成長率が異なっている．Michel and Pestieau （1993) の仮定による生産関数により，n_{it} と $1 + n_{it}$ が混在せず，その後導出される式が簡明になるので，理論分析においてしばしば用いられている．

利潤最大化行動によって，賃金と利子率は以下のとおり決定される．

$$w_{it} = A_i(1 - \alpha_i)k_{it}^{\alpha_i} \tag{6.8}$$

$$1 + r_t = A_i \alpha_i k_{it}^{\alpha_i - 1} \tag{6.9}$$

である．但し，通常のように第 i 地域の 1 人あたりの資本ストックを $k_{it} = \frac{K_{it}}{L_{it}}$ とする．(6.9) より

$$k_{it} = (\frac{1 + r_t}{A_i \alpha_i})^{\frac{1}{\alpha_i - 1}} \tag{6.10}$$

を得て，(6.10) を (6.8) に代入すると，

$$w_{it} = A_i (1 - \alpha_i) (\frac{1 + r_t}{A_i \alpha_i})^{\frac{\alpha_i}{\alpha_i - 1}} \tag{6.11}$$

を得る．

6.2.3　政府

それでは，本節における 2 地域の公的年金制度の年金統合について説明をする．本節では，中央政府は両地域のそれぞれの確定給付型賦課方式公的年金制度を運営していて，これらが統合されて，両地域で共通の年金政策を実施している場合を想定する．つまり，年金率 β と年金保険料率 τ は両地域で同一になっており，さらに両地域の総保険料は両地域の総給付額に等しくなるように年金予算がくまれると仮定する．保険料は賃金の τ の割合であり，年金額は若年層の賃金の β の割合であるとする．また，確定給付型公的年金制度とは，毎期，所得に占める年金（給付額）の比率 β が等しいものであるとする．

そこで，両地域の若年の若年層が両地域で同じ保険料率 τ で保険料を負担し，両地域の高齢の引退層が両地域で同じ年金率 β で年金を受給することになる．

中央政府は両地域の確定給付型賦課方式公的年金制度を統合すると仮定し，さらに，保険料の所得に占める割合 τ と確定給付年金の所得に占める割合 β はそれぞれ両地域において共通の年金政策がをとると仮定しているので，公的年金予算は，

$$\tau (L_{1t} w_{1t} + L_{2t} w_{2t}) = \beta (\frac{L_{1t} w_{1t}}{n_{1t-1}} + \frac{L_{2t} w_{2t}}{n_{2t-1}}) \tag{6.12}$$

である．

6.2.4　市場均衡

ここで，資本市場が開放されていて公的年金が統合されている経済の市場均衡を見ていくことにする．本節では資本市場が自由化により資本市場が開放されて，地域間で資本移動が起こる場合を想定している．したがって，地域の利子率が同じになる．この時，動学方程式は，資本市場均衡条件式

$$\sum_{i=1}^{2} n_{it}k_{it+1}$$
$$= \sum_{i=1}^{2}\left[[(1-\gamma)(1-\tau)-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i \cdot \{\frac{w_{it}}{w_{it+1}}\cdot(1+r_{t+1})\}^{\epsilon_i}]w_{it}-\gamma\beta\frac{w_{it+1}}{1+r_{t+1}}\right] \tag{6.13}$$

と 2 地域の統合された年金予算

$$\tau(L_{1t}w_{1t}+L_{2t}w_{2t}) = \beta(\frac{L_{1t}w_{1t}}{n_{1t-1}}+\frac{L_{2t}w_{2t}}{n_{2t-1}}) \tag{6.14}$$

である．(6.14) は

$$\begin{aligned}\tau = & \frac{\beta}{(1+r_{t-1})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}}(1+r_t)^{\frac{-1}{\alpha_1-1}}} \\ & \times [\frac{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}} A_1^{\frac{-1}{\alpha_1-1}} \alpha_1^{\frac{-\alpha_1}{\alpha_1-1}}(1-\alpha_1)A_2^{\frac{1}{\alpha_2-1}}\alpha_2^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}(1-\alpha_2)^{-1}(1+r_t)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}}{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}} A_1^{\frac{-1}{\alpha_1-1}} \alpha_1^{\frac{-\alpha_1}{\alpha_1-1}}(1-\alpha_1)A_2^{\frac{1}{\alpha_2-1}}\alpha_2^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}(1-\alpha_2)^{-1}(1+r_t)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}+1\}} \\ & + \frac{(\frac{1+r_{t-1}}{1+r_t})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}}{\{(\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}} A_1^{\frac{-1}{\alpha_1-1}} \alpha_1^{\frac{-\alpha_1}{\alpha_1-1}}(1-\alpha_1)A_2^{\frac{1}{\alpha_2-1}}\alpha_2^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}(1-\alpha_2)^{-1}(1+r_t)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}+1\}}]\end{aligned} \tag{6.15}$$

となる．(但し，$a = \frac{1}{2}$ とする．) これは次の系を用いて導出している．

系 1 $\frac{L_{1t}}{L_{2t}} = \frac{n_{11}}{n_{21}}\frac{n_{12}}{n_{22}}\frac{n_{13}}{n_{23}}\cdots\frac{n_{1t}}{n_{2t}} = (\frac{1+r_1}{1+r_{t+1}})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}, \frac{n_{1t}}{n_{2t}} = (\frac{1+r_t}{1+r_{t+1}})^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}-\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}$　(但し，$a = \frac{1}{2}$ としている．)

さて，短期では，(6.5)，(6.11) より，i 地域の子供数は i 地域の教育コストや子育てコストの子供数に対する弾力性の影響を受けない．労働と資本の分配率の地域性にのみ影響を受ける．また，短期では，(6.6)，(6.11) より，i 地域の親への経済支援は，i 地域の教育コスト，子育てコストの子供数に対する弾力性，労働と資本の分配率の地域性と両地域共通の利子率に影響を受け，親への経済支援は地域によって異なる値をとる．

では，これから動学メカニズムを見てみることにする．年金統合・資本市場開放モデルにおいて，給付率 β がある値ならば（給付率 β を決めれば） r との関係で τ が (6.15)（r_{t-1} と r_t の非線形の 1 階差分方程式）で決まる．(6.15) で決まる $\tau(r_1, r_{t-1}, r_t, r_{t+1})$ が (6.16)（r_t と r_{t+1} の非線形の 1 階差分方程式）に入って，両地域共通の利子率の初期値がある値で与えられると，(6.16)（(6.15) を代入している式）の利子率の動学方程式（r_{t-1} と r_t と r_{t+1} の非線形の 2 階差分方程式）から利子率の経路がきまり，(6.11) から i 地域の任意の t 期の賃金が決まり，(6.5) から i 地域の任意の t 期の子供数が決まり，i 地域の子供数の経路もわかる．合理的期待形成の一致条件を満たすような整合的な予想経路を考えている．ただし，教育コスト，子育てコストの子供数に対する弾力性，労働と資本の分配率は所与で時間に独立である．

資本市場の均衡条件は，両地域の資本の需要の和が両地域の資本の供給の和に等しくなるという（6.13）と (6.15) で表わせ， t − 1 期と t 期と t ＋ 1 期と 1 期の利子率の 1 本の

動学方程式で表わせる．(6.13) に (6.5)，(6.10) と (6.11) を代入すると

$$\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}$$
$$\times\left[[(1-\gamma)(1-\tau)-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}](1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}-\gamma\beta(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}\right] \tag{6.16}$$

である．但し τ は (6.15) である．

次に定常状態を見てみることにする．(6.16) は，定常状態において，

$$\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\} = \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}(1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}$$
$$\times[[(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{1+r})-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot(1+r)^{\epsilon_i}]-\gamma\beta(1+r)^{-1}] \tag{6.17}$$

である．(6.5) より $n_{1t-1}=n_{2t-1}=1+r=n$ なので，(6.14) は

$$\tau=\frac{\beta}{n} \tag{6.18}$$

となる．定常状態において，地域性を導入したモデルであるにもかかわらず，(6.5) の定常状態より i 地域の子供数が等しくなる．定常状態とは (6.13) で $r_t=r_{t+1}=r$ であり，$1+r=n$ であることより，(6.17) は

$$\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\}$$
$$=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\left[\{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n})-(1-\gamma+\epsilon_i)c_in^{\epsilon_i}\}-\gamma\beta n^{-1}\right] \tag{6.19}$$

となる．両地域共通の子供数が (6.19) から決まる．定常状態において 2 地域の人口成長率は等しくなる．

n_{it} は，個人の生涯効用最大化より導出された t 期の i 地域の子供数 (6.5) に，利潤最大化から導出された t 期の i 地域の賃金率 (6.11) を代入してまとめたもので，両地域に共通の t 期と t + 1 期の利子率と，i 地域の資本分配率の関数であり，i 地域の全要素生産性は直接影響しない．定常状態の i 地域の子供数 n_i は定常利子率のみの関数であり，地域に依存する変数の関数にはならない．以上より以下の命題を得る．

命題 1 短期では i 地域の子供数は $n_{it}(r_t,r_{t+1},\alpha_i)$ となり 2 地域で異なるが，定常状態では $n_i(r)$ となり 2 地域の子供数は同じになる．

さて, 地域差によって子供数がどうなるのかを知りたい．ここで，定常状態において，いくつかのパラメータを特定して，そのパラメータの子供数への影響を見ることにする．地域差を表わすパラメータの地域間相違の状態に応じて以下のケースのように場合分けをして見ていくことにする．但し全ての地域差が等しいケースは後述する．(第 6.4 節参照.）特に，定常状態におけるパラメータの変化（特に両地域共通の年金給付政策や資本分

配率の変化）の子供数に与える影響をシミュレーションによって定性分析する．パラメータの値により 1 解，2 解，解なしがあり得ることが分かった．これらより，一般性を失わずに，パラメータの値を以下の値として見ていくことにする．

まず，ケース 1 として $A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c はそれぞれ両地域同一の場合，(6.19) は

$$(1-\gamma+\epsilon)cn^{\epsilon} = 1-\gamma-\frac{\alpha}{1-\alpha}-\frac{\beta}{n} \tag{6.20}$$

となる．これは $A_1 \neq A_2$ のケースだが，全要素生産性の地域差の影響は消えて，各地域で人口は同じ値になり, 小塩-安岡モデルと同じ結果になり，1 地域モデルの場合と同じである．第 6.4 節とも同じになる．

補題 1 他の地域パラメータが同じ条件の下で全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しない．

一次同次のコブダグラス型生産関数を仮定しているので，全要素生産性の影響が消えたと考えられる．

年金給付率と資本分配率を変化させた時の定常状態での子供数 n をシミュレーションでみてみる．パラメータの値を $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2.0, c = 0.03, \alpha = 0.2$ とすると，図 6.1 と図 6.2 より次がわかる．

補題 2 他の地域パラメータが同じ値で全要素生産性の地域差があるという条件下で年金給付率 β が上昇すると，出生数は安定的な解（右側の解）で減少する．資本分配率が上昇すると，右側の解で減少する．

第二に，ケース 2 として，$c_1 \neq c_2, \epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, A はそれぞれ両地域同一の場合，(6.19) は

$$\sum(1-\gamma+\epsilon_i)c_i n^{\epsilon_i} = 2(1-\gamma-\frac{\alpha}{1-\alpha}-\frac{\beta}{n}) \tag{6.21}$$

である．ケース 1 と同様に，パラメータの値を $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon 1 = 1.8, \epsilon 2 = 1.2, , c1 = 0.03, c2 = 0.01, \alpha = 0.2$ として，定常状態での年金給付政策や資本分配率の変化の子供数 n への影響をシミュレーションでみてみる．図 6.3 と図 6.4 より次がわかる．

補題 3 $c_1 \neq c_2, \epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, A は両地域同一の条件下で年金給付率が上昇すると，出生数は右側の解で減少する．資本分配率が上昇すると，出生数は右側の解で減少する．ϵ の上昇は出生数（右側の解）を減少させる．

第三に，ケース 3 として，$c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A はそれぞれ両地域同一の場合，(6.19) は

$$(1-\gamma+\epsilon)n^{\epsilon}\sum c_i = 2(1-\gamma-\frac{\alpha}{1-\alpha}-\frac{\beta}{n}) \tag{6.22}$$

である．(6.22) より各地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく，両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与える．(6.22) から以下の補題がいえる．

補題 4 c_1, c_2 そのものの影響ではなく,c_1 と c_2 の和が出生数に影響する．子育てコストの格差とは関係なしに, 子育てコストの両地域の和の増大が出生数を（右側の解で）減少

させる．

これは，パラメータの値 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon 1 = 1.8, \epsilon 2 = 1.2, , c1 = 0.03, c2 = 0.01, \alpha = 0.2$ として，両地域の子育てコストの和の拡大が子供数に与える影響はシミュレーション結果の図 6.5 からも確認できる．

最後に，$\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, c, A はそれぞれ両地域同一の場合，(6.19) は

$$c\sum(1-\gamma+\epsilon_i)n^{\epsilon_i} = 2(1-\gamma-\frac{\alpha}{1-\alpha}-\frac{\beta}{n}) \tag{6.23}$$

となる．パラメータの値 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon 1 = 2, \epsilon 2 = 1.8, , c = 0.03, \alpha = 0.2$ として，子育てコストの子供数に対する弾力性の変化が子供数へ与える影響をシミュレーションすると図 6.6 より次の補題を得る．

補題 5 ，$\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で α, c, A は両地域同一の条件下で ϵ の大きい地域でそれが上昇すると，右側の解で減少する．

以上の補題 1 ～ 5 より以下の命題を得る．

命題 2 年金給付率引上げ政策は子供数を減少させる効果がある．資本分配率の上昇も子育てコストの上昇も子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇も，子供数を減少させる効果をもつ．

この命題の年金給付率引上げ政策が子供数に与える効果は先行研究と同じ結果となっている．命題 2 の解釈として，年金給付率の引上げには二つの効果があると考えられる．一つは公的年金の外部性 (自分の子供以外から老後資金を調達できる) ともいうべき効果で，年金保険料の上昇つまり公的年金制度の充実により，自分の老後を面倒みてくれる自分の子供数が減少する効果が働いていると考えられ，先行研究でも指摘されているものである．もう一つは年金給付率と保険料率の正の関係から，年金給付率の引上げは保険料率引上げももたらしており，各家計の可処分所得の減少と結びついており，コストのかかる子供を産まないという効果もはたらいていると考えられる．子育てコストや子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇も，家計の可処分所得を減少させて，出生数を減少させていると考えられる．資本分配率の上昇は，労働分配率の低下を意味するので，賃金の低下を経由して，出生数減少に影響を及ぼしていると考えられる．

6.3　年金統合無しで資本市場開放の経済（2 地域で独立の年金制度と資本市場開放）

本節では，2 地域で各地域の年金制度が独立であり，資本市場は解放されている経済を想定する．各地域でそれぞれの確定給付型賦課方式の公的年金を想定するので，第 i 地域（i=1,2) の保険料は賃金の τ_i の割合であり，i 地域の年金額は若年層の賃金の β_i の割合であるとする．中央政府の年金政策が前節とは異なり，それぞれの地域に対して異なる年金政策を実施している．本節の両地域の個人と企業は本節の政府の政策の下で前節と同様の行動様式をとる．第 i 地域の個人の貯蓄関数は $s_{it} =$

$[(1-\gamma)(1-\tau_i)-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{w_{it}}{w_{it+1}}\cdot(1+r_{t+1})\}^{\epsilon_i}]w_{it}-\gamma\beta_i\frac{w_{it+1}}{1+r_{t+1}}$ であり，前節との年金政策の相違が反映される．

さて，ここで，年金統合無しで資本市場開放の経済における市場均衡を見ていくことにする．動学方程式は，資本市場均衡条件

$$\sum_{i=1}^{2}n_{it}k_{it+1}=\sum_{i=1}^{2}s_{it} \tag{6.24}$$

と第 i 地域の公的年金予算

$$\tau_i L_{it}w_{it}=\beta_i\frac{L_{it}w_{it}}{n_{it-1}},i=1,2 \tag{6.25}$$

である．但し，(6.11) を代入すると（6.24）は

$$\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}\cdot \left[\begin{array}{c}[(1-\gamma)(1-\tau_i)-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}](1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\\ -\gamma\beta_i(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}\end{array}\right] \tag{6.26}$$

である．（6.11）を代入すると（6.25）は

$$\tau_i=\beta_i(1+r_t)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}(1+r_{t-1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}},i=1,2 \tag{6.27}$$

である．（6.27）を（6.26）に代入すると，資本市場均衡条件式は，以下の 1 本

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\\&=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}[[(1-\gamma)\{1-\beta_i(1+r_t)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}(1+r_{t-1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}\}\\&-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}](1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}-\gamma\beta_i(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}]\end{aligned} \tag{6.28}$$

になる．動学方程式（6.28）は利子率の 2 階差分方程式になっている．動学プロセスを見てみると，年金統合無しで資本市場開放経済の場合，両地域共通の t − 1 期と t 期の利子率がある値で与えられると，(6.26) の利子率の動学方程式（非線形の 2 階差分方程式）から利子率の経路がきまり，(6.11) から i 地域の任意の t ＋ 1 期の賃金が決まり，(6.5) から i 地域の任意の t ＋ 1 期の子供数が決まり，i 地域の子供数の経路もわかる．ただし，教育コスト，子育てコストの子供数に対する弾力性，労働と資本の分配率は所与で時間に独立である．(6.27) から保険料率は，(6.28) から決まった t - 1 期と t 期の利子率，時間に独立な i 地域の確定給付率が与えられると決まる．

次に定常状態を見てみると，定常状態において，(6.26),(6.27) は，それぞれ，

$$\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}[(1-\gamma)\{1-\beta_i\cdot(1+r)^{-1}\}$$
$$-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot(1+r)^{\epsilon_i}](1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}-\gamma\beta_i(1+r)^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}] \tag{6.29}$$

$$\tau_i=\beta_i(1+r)^{-1}, i=1,2 \tag{6.30}$$

になる．(6.29) ,(6.30) をまとめると，

$$\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}(1+r)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\cdot$$
$$[(1-\gamma)\{1-\beta_i\cdot(1+r)^{-1}\}-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot(1+r)^{\epsilon_i}-\gamma\beta_i(1+r)^{-1}] \tag{6.31}$$

となる．(6.5) より定常状態において $1+r=n$ より，(6.31) は

$$\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\cdot$$
$$[(1-\gamma)(1-\beta_i n^{-1})-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i n^{\epsilon_i}-\gamma\beta_i n^{-1}] \tag{6.32}$$

となる．

定常状態において，i 地域の年金確定給付率が与えられていれば，保地域性を導入したモデルであるにもかかわらず，(6.5) の定常状態より i 地域の子供数が等しくなる．両地域共通の子供数が (6.32) から決まる．

ここで，前節同様に，定常状態でパラメータの値の変化による n への影響を，(6.32) で，パラメータ値 $\gamma=0.5,\beta=0.03,\epsilon=2.0,c=0.03,\alpha=0.2$, としてシミュレーションして見てみる．その結果，以下の補題を得る．

補題 6 両地域で年金給付率 β が同じ率であろうと異なる率であろうと上昇すると，出生数は小さいほうの解で増加し，大きいほうの解で減少する．一方の地域で年金給付率が上昇し他方の地域で年金給付率が減少すると，両地域で年金給付率が上昇した場合と同じ定性を示すが，それが同率である場合はグラフ上で変化を確認できない．

補題 7 ϵ が両地域で上昇すると，その上昇率が両地域で同率でも異なっていても，出生数は大きいほうの解で減少する．また，両地域で同率で上昇と減少する場合は，両地域で上昇する場合と同じ定性を示す．

補題 8 c が両地域で上昇すると，その上昇率が両地域で同率でも異なっていても，出生数は大きいほうの解で減少する．

補題 9 資本分配率が両地域で同率で減少すると出生数は小さいほうの解で減少し，大きいほうの解で増加する．

補題 10 両地域で年金給付率 β が同じ率であろうと異なる率であろうと上昇すると，出生数は小さいほうの解で増加し，大きいほうの解で減少する．一方の地域で年金給付率が

上昇し他方の地域で年金給付率が減少すると，両地域で年金給付率が上昇した場合と同じ定性を示すが，それが同率である場合はグラフ上で変化を確認できない．

補題 11 ϵ が両地域で上昇すると，その上昇率が両地域で同率でも異なっていても，出生数は大きいほうの解で減少する．また，両地域で同率で上昇と減少する場合は，両地域で上昇する場合と同じ定性を示す．

補題 12 c が両地域で上昇すると，その上昇率が両地域で同率でも異なっていても，出生数は大きいほうの解で減少する．

補題 13 資本分配率が両地域で同率で減少すると出生数は小さいほうの解で減少し，大きいほうの解で増加する．

補題 6，7，8，9，10，11，12，13 は，それぞれ図 6.7，6.8，6.9，6.10，6.7，6.8，6.9，6.10 よりわかる．これらの補題より，以下の命題を得る．

命題 3 両地域での，年金給付率引上げ政策，子育てコスト上昇，子育てコストの子供数に対する弾力性の上昇，資本分配率の上昇が，子供数へ与える効果は，年金統合・資本市場開放モデル（第 6.2 節）と同じである．

両地域のパラメータの変化の方向や変化の大きさによっては，定性が確認できない場合が発生する．

6.4 年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済（1 地域モデルに相当）

それぞれの地域が別々の分離した（任意の i 地域が存在している）世界においては 1 地域に限定して考えればよい．本節で全部のパラメータが等しくなる時は両地域が同一の場合として考える．前節までと同様に，定常状態での市場均衡を見てみると，資本市場均衡条件式は，

$$n^{\epsilon}+\frac{\gamma\beta n^{-1}}{(1-\gamma+\epsilon)c}=\frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n})-\frac{\alpha}{1-\alpha}}{(1-\gamma+\epsilon)c} \tag{6.33}$$

である．第 6．2 節の $A_1 \neq A_2$ でその他のパラメータが等しい時 (6.20) と同じである．(図 6.11．n=0.060065,1.79497) これは年金制度統合が無く資本市場が分断されている場合に相当する．

尚，年金制度が無い場合を見てみると，$\beta=\tau=0$ なので，

$$n=\{\frac{(1-\gamma)-\frac{\alpha}{1-\alpha}}{(1-\gamma+\epsilon)c}\}^{\frac{1}{\epsilon}} \tag{6.34}$$

である．局所安定的な唯一解がパラメータに依存して存在することは確認できる．また，$\gamma=0.5,\beta=0.03,\epsilon=2,c=0.03,\alpha=0.2$ としてシミュレーションしても $n \to 1.82574$ が存在する．

さて、年金制度が統合された経済と統合されていない経済について考察することにする．まず，子育てコストに地域がある場合，(6.33) と (6.22) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, \alpha = 0.2, c_1 = 0.02, c_2 = 0.04$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$c_1 < c_2$ の時，$n(c_1) < n(c_1, c_2) < n(c_2), n(c_2) < n(c_1, c_2) < n(c_1)$ となる．

次に，子育てコストの弾力性に地域差がある場合，(6.33) と (6.23) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$\epsilon_1 < \epsilon_2$ の時，$n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1), n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1)$ となる．

最後に，子育てコストと子育てコストの弾力性の両方に地域差がある場合，(6.33) と (6.21) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, c_1 = 0.02, c_2 = 0.04, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$c_1 < c_2, \epsilon_1 < \epsilon_2$ の時，$n(c_1, \epsilon_2) < n(c_1, \epsilon_1) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2), n(c_1, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_1, \epsilon_1)$,

$n(c_2, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_2, \epsilon_1), n(c_2, \epsilon_2) < n(c_1, c_2, \epsilon_1, \epsilon_2) < n(c_2, \epsilon_1)$ となる．

以上より 2 地域に拡張したことにより子育てコストに地域がある場合 $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が近づくことがわかる．子育てコストの弾力性に地域差がある場合も $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が近づくことがわかる．

6.5　子育て支援政策を導入した経済

本節では，第 6.2 節，第 6.3 節と第 6.4 節に子育て支援政策を導入した場合，その影響がどのようにでるのかを検討する．

中央政府は, 子育てコストを財政的に支援し i 地域の子育て支援の補助金率 (子育て支援率) は $m_i \times 100\%$ とし，子育てを行なっている i 地域の若年層の賃金へ課税率 $v_i \times 100\%$ を課すという政策を行なう．以下ではこの政策を年金統合・資本市場開放経済，年金統合無し・資本市場開放経済と年金統合無し・資本市場分断経済の 3 つの経済において追加導入して分析する．

子育て支援の補助金率（と課税率）を若年層に実施する場合，基本的な動学の構造は第 6.2 節，第 6.3 節と同様である．短期において，i 地域の子供数が第 6.2 節，第 6.3 節と同じで，子育て支援政策（補助金）にも影響を受けない．第 6.2 節，第 6.3 節と異なるのは，i 地域の親への経済支援が子育て支援補助金にも影響を受けることであり，i 地域の個人が貯蓄関数をとおしてその影響を受けることである．

i 地域の t 世代の個人の効用関数は,

$$u_{it} = \gamma \log c_{it} + (1 - \gamma) \log d_{it+1}, 0 < \gamma < 1 \tag{6.35}$$

である．この個人の若年期と高齢期の予算制約は，それぞれ

$$c_{it} = \{1 - \theta_{it} - (1 - m_i)c(n_{it}) - \tau_i - v_i\}w_{it} - s_{it} \tag{6.36}$$

$$d_{it+1} = (1 + r_{t+1})s_{it} + (n_{it}\theta_{it} + \beta_i)w_{it+1} \tag{6.37}$$

$$c(n_{it}) = c_i n_{it}^{\epsilon_i}, 0 < c_i < 1, \epsilon_i > 1 \tag{6.38}$$

である．解は，以下のとおりである．

$$n_{it} = \frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1}) \tag{6.39}$$

$$\theta_{it} = (1 - m_i)c_i\epsilon_i\{\frac{w_{it}}{w_{it+1}}(1 + r_{t+1})\}^{\epsilon_i} \tag{6.40}$$

$$s_{it} = [(1-\gamma)(1-\tau_i-v_i)-(1-m_i)(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{w_{it}}{w_{it+1}}\cdot(1+r_{t+1})\}^{\epsilon_i}]w_{it}-\gamma\beta_i\frac{w_{it+1}}{1+r_{t+1}} \tag{6.41}$$

である．子育て支援政策を導入しても子供数は子育て支援政策をしない場合と同じであり，子育て支援政策パラメータは親への経済支援率と貯蓄関数に表れる．

以下では，年金統合・市場開放経済，年金統合無し・資本市場開放経済，年金統合無し・資本市場分断経済に，それぞれ子育て支援政策を導入して，前節と同様の分析を行なう．

6.5.1　年金統合・資本市場開放経済

本節では，年金統合・市場開放経済（第 6.2 節）に子育て支援政策を導入してみよう．前節同様に市場均衡を見ると，動学方程式は，資本市場均衡条件式

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\}\\
&=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}[[(1-\gamma)(1-\tau)-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}\\
&+m_i\epsilon_ic_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}](1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}-\gamma\beta(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}]
\end{aligned} \tag{6.42}$$

と 2 地域で統合された年金予算

$$\tau(L_{1t}w_{1t} + L_{2t}w_{2t}) = \beta(\frac{L_{1t}w_{1t}}{n_{1t-1}} + \frac{L_{2t}w_{2t}}{n_{2t-1}}) \tag{6.43}$$

である．つまり動学方程式 (6.15) を (6.42) に代入した 1 本の非線形の（ t − 1 期，t 期，t ＋ 1 期）2 階差分方程式である．定常状態において，(6.39) より $n_1 = n_2 = 1 + r = n$ なので，(6.43) は

$$\tau = \frac{\beta}{n} \tag{6.44}$$

となる．$1 + r = n$ であることより，(6.42) は

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{2}\{(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\} &= \sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}\\
&\times[\{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n})-(1-\gamma+\epsilon_i)c_in^{\epsilon_i}+m_i\epsilon_ic_in^{\epsilon_i}\}-\gamma\beta n^{-1}]
\end{aligned} \tag{6.45}$$

となる．

ここで，前節同様に，定常状態におけるパラメータの変化の子供数に与える影響をシミュレーションによって定性分析する．まず，$A_1 \neq A_2$ で他の要因は同一（ケース１）の場合，(6.44）は

$$n^{\epsilon} = \frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \frac{\alpha}{1-\alpha}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c} - \frac{\gamma\beta n^{-1}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c} \tag{6.46}$$

となる．前節同様 $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ のパラメータ値からシミュレーションをすると，図 6.1 2 より子育て補助金率mの上昇は，出生数の定常値は右側の解で減少する．図 6.13，6.14，6.15 より β の上昇も α の上昇も c の上昇も出生数の定常値は右側の解で減少させる．

次に，$c_1 \neq c_2$ で他の要因は同一（ケース２）の場合，(6.44）は

$$\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}n^{\epsilon}\sum c_i = 2\{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \gamma\beta n^{-1} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\} \tag{6.47}$$

である．$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c1 = c2 = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ としてシミュレーションすると，図 6.1 6，6.17，6.18 より c, β, α のそれぞれの上昇は出生数の定常値は右側の解で減少する．図 6.1 9 より m の上昇はグラフで確認しづらいが，出生数の定常値は大きいほうの解で減少する．

第３に，$\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ で他の要因は同一（ケース３）の場合，(6.44）は

$$\sum(1-\gamma+\epsilon_i-m\epsilon_i)n^{\epsilon_i} = \frac{2}{c}\{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) - \gamma\beta n^{-1} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\} \tag{6.48}$$

である．$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.3, m = 0.03$ としてシミュレーションすると，図 6.2 0 より m の上昇は，出生数の定常値の大きいほうの解で増加する．図 6.2 1 より α の増加は出生数の定常値の大きいほうの解で減少する．図 6.2 2 より β の増加で出生数の定常値は大きいほうの解は減少する．図 6.23 より ϵ の増加は出生数を大きいほうの解を減少させる．

最後に，$m_1 \neq m_2$ で他の要因は同一 (ケース４）の場合，(6.44）は

$$\sum m_i = \frac{2}{\epsilon c n^{\epsilon}}\{\frac{\alpha}{1-\alpha} - (1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n}) + (1-\gamma+\epsilon)cn^{\epsilon} + \gamma\beta n^{-1}\} \tag{6.49}$$

となる．$\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, c = 0.03, \alpha = 0.2, m = 0.03$ としてシミュレーションすると，図 6.2 4 より m の上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で減少させ，大きいほうの解で増加させる．以上より次がわかる．

補題 14 子育て支援率の上昇は子供数を増加させる効果があり，他のパラメータが子供数に与える影響は第 6.2 節と同じ傾向を示す．

6.5.2 年金統合無し・資本市場開放経済

本節では，年金統合無し・市場開放経済（第 6.3 節）に子育て支援政策を導入してみる．前節同様に市場均衡を見ると，

動学方程式は，以下の 1 本

$$\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}$$
$$\times[[(1-\gamma)\{1-\beta_i\frac{(1+r_{t-1})^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}\}-(1-\gamma+\epsilon_i)c_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}$$
$$+m_i\epsilon_ic_i\cdot\{\frac{(1+r_{t+1})^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{(1+r_t)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}}\}^{\epsilon_i}](1+r_t)^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}-\gamma\beta_i(1+r_{t+1})^{\frac{-1}{1-\alpha_i}}] \tag{6.50}$$

である．定常状態において (6.49) は

$$\sum_{i=1}^{2}(A_i\alpha_i)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}=\sum A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}}(1-\alpha_i)\alpha_i^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}n^{\frac{-\alpha_i}{1-\alpha_i}}$$
$$\times[(1-\gamma)(1-\beta_in^{-1})-(1-\gamma+\epsilon_i)c_in^{\epsilon_i}+m_i\epsilon_ic_in^{\epsilon_i}-\gamma\beta_in^{-1}] \tag{6.51}$$

となる．

ここで，定常状態におけるパラメータの変化の子供数に与える影響を比較静学しよう．$\gamma=0.5,\beta=0.03,\epsilon=2,c=0.03,\alpha=0.2,m=0.03$ としてシミュレーションすると，図 6.25-1 より m の上昇は出生数の定常値は大きいほうの解で増加させる．図 6.25-2 より β の上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で増加させ，大きいほうの解で減少させる．図 6.25-3 より c の上昇は出生数の定常値は大きいほうの解で減少させる．図 6.25-4, 25-5 より α,ϵ のそれぞれの上昇は出生数の定常値は小さいほうの解で増加させ，大きいほうの解で減少させる．以上より次がわかる．

補題 15 子育て支援率の上昇は子供数を増加させる効果があり，他のパラメータが子供数に与える影響は第 6.2 節と同じ傾向を示す．

6.5.3 年金統合無し・資本市場分断経済（1 地域経済相当）

本節では，年金統合無し・資本市場分断経済に子育て支援政策を導入する．2 地域で年金統合が無く資本市場が分断されている経済は，1 地域モデルに相当する．市場均衡を定常状態において見てみると，

$$n^{\epsilon}+\frac{\gamma\beta n^{-1}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c}=\frac{(1-\gamma)(1-\frac{\beta}{n})-\frac{\alpha}{1-\alpha}}{\{(1-\gamma+\epsilon)-m\epsilon\}c} \tag{6.52}$$

となる．6.5.1 節の（6.45）と同じである．以上より次の命題が得られる．

命題 4 子育て支援率上昇は，いずれの経済レジームにおいても，子供数を増加させる効果がある．他のパラメータの変化の子供数への影響は，子育て支援策を導入しない場合と同じである．

さて、年金制度が統合された経済と統合されていない経済について考察することにする．まず，子育てコストに地域がある場合，(6.52）と (6.47) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, \epsilon = 2, \alpha = 0.2, m = 0.03, c_1 = 0.02, c_2 = 0.04$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$c_1 < c_2$ の時，$n(c_1) < n(c_1, c_2) < n(c_1), n(c_2) < n(c_1, c_2) < n(c_1)$ となる．

次に，子育てコストの弾力性に地域差がある場合，(6.52）と (6.48) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, \epsilon_1 = 1.2, \epsilon_2 = 1.8$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$\epsilon_1 < \epsilon_2$ の時，$n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1), n(\epsilon_2) < n(\epsilon_1, \epsilon_2) < n(\epsilon_1)$ となる．

最後に，子育て支援率に地域差がある場合，(6.52）と (6.44) で $\gamma = 0.5, \beta = 0.03, c = 0.03, \alpha = 0.2, c = 0.03, \epsilon = 2, m_1 = 0.02, m_2 = 0.05$ としてシミュレーションして出生数を比較すると，

$m_1 < m_2$ の時，$n(m_2) < n(m_1, m_2) < n(m_1), n(m_1) < n(m_1, m_2) < n(m_2)$ となる．

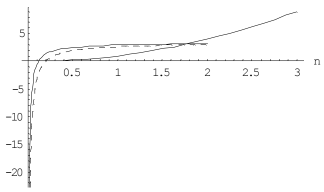


図6-1

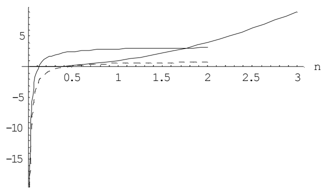


図6-2

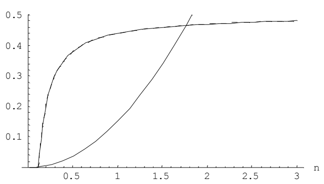


図6-3

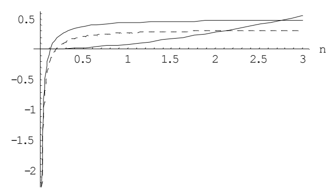


図6-4

6.6　おわりに

本章では，資本と労働の分配率，全要素生産性，子育てコスト，子育てコストの子供数に対する弾力性および子育て支援政策という要因に地域差がある２地域を想定した１財２地域経済 OLG モデルにおいて，資本市場の開放の有無，年金統合の有無，子育て支援の有無の組合せの違いを組み込んだ経済に場合分けをして，年金給付政策や地域の要因が子供数へ与える影響を定常状態でシミュレーション分析によって定性分析した．その結果，資本市場開放下では，２地域の年金統合の有無にかかわらず，年金政策の充実（年金給付

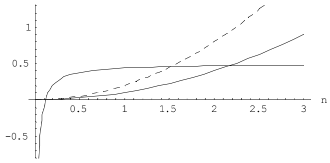


図6-5

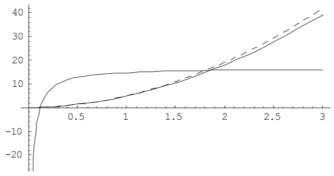


図6-6

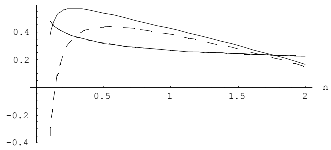


図6-7

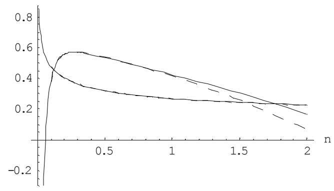


図6-8

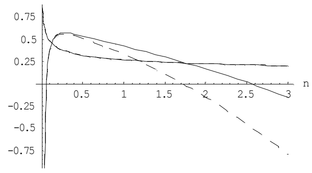


図6-9

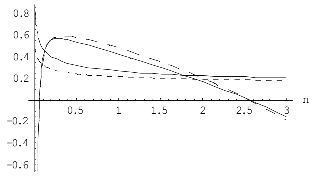


図6-10

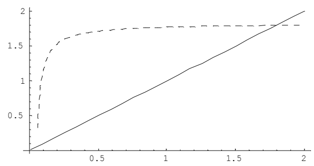


図6-11

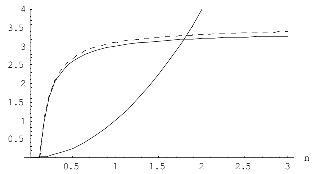


図6-12

率上昇政策）は定常状態における子供数を減少させるという結果が得られた．この結果はは先行研究と同様となった．

2 地域に拡張したことにより，年金統合・資本市場開放モデルで $A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c のケースで全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しないことがわかった．さらに年金統合・資本市場開放モデルで $c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A のケースでは地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく，両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与えることもわかった．

また，年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済で，子育てコストに地域がある場合，2 地域に拡張したことにより $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が平均化することがわかった．子育てコストの弾力性に地域差がある場合も $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が平均化することがわかった．

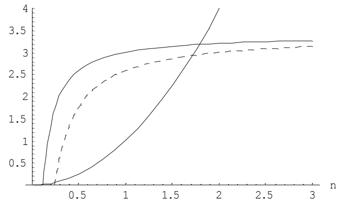


図6-13

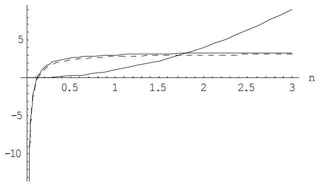


図6-14

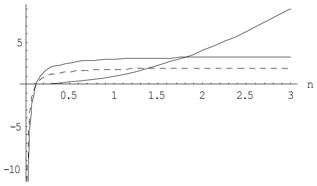


図6-15

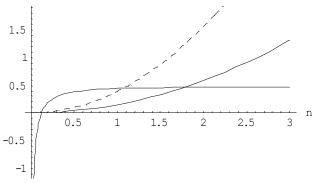


図6-16

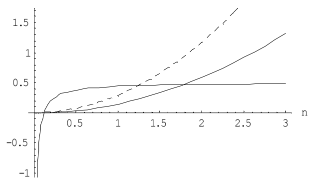


図6-17

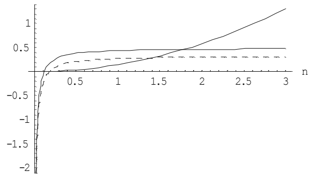


図6-18

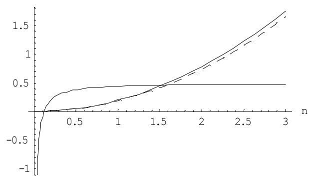


図6-19

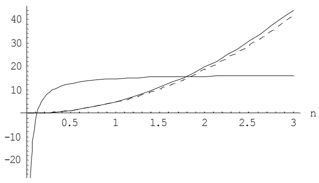


図6-20

安定性の確認を試行したが，本章の一部の節の関数形では均衡における安定性をパラメータ値で評価して確認することも不可能であることがわかった．今後の課題として，1地域から 2 地域に拡張した場合の安定性を見るために移行動学分析を行なうこと，子育て支援策が出生数減少を抑制する程度のシミュレーション分析をすること，両地域のパラメータの変化の方向や大きさの違いを分類して子供数へ与える効果を見ることが残っている．

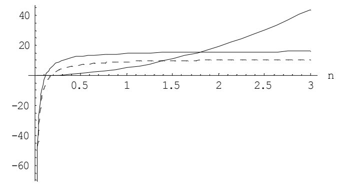


図6-21

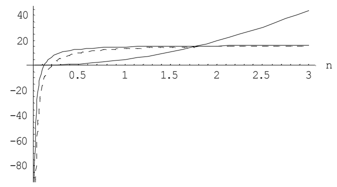


図6-22

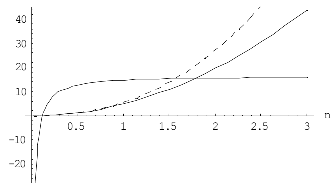


図6-23

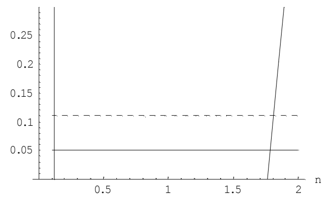


図6-24

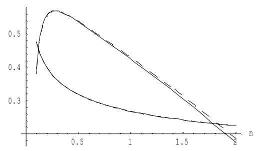


図 6-25-1

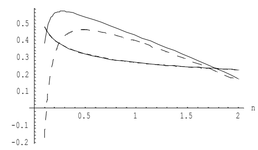


図 6-25-2

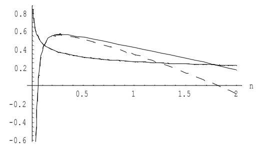


図 6-25-3

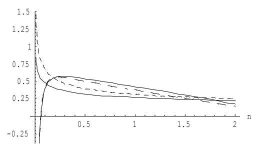


図 6-25-4

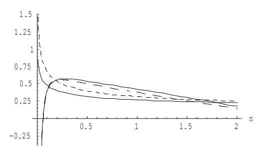


図 6-25-4

参考文献

[1] Barro,Robert J.(1974),"Are Government Bbonds Net Wealth ?",*Journal of Political Economy*, 82, 1063-1091

[2] Barro,Robert J.and X.Sala-i-Martin(1995),*Economic Growth*,McGraw-Hill(大住圭介訳（1997）,『内生的経済成長論 I 』, 九州大学出版会)

[3] Cigno,A. (1993),"Intergenerational Transfers without Altruism : Family ,Market, State",*European Journal of Political Economy* ,9(4),469-607

[4] de la Croix,David and Philippe Michel(2002),*A Theory of Economic Growth - Dynamics and Policy in Overlapping Generations*

[5] Diamond,Peter A. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*,55,1126-1150

[6] 木立力（2009),『少子高齢化の経済動学—世代重複モデルの理論と展開』, 晃洋書房

[7] Michel,Philippe,Emmanuel Thibault,and Jean-Pierre Vidal(2006), "Intergenerational Altruism and Neoclassical Growth Models", *Handbook of The Economics of Giving,Altruism and Reciprocity*, (edited by Kolm, Serge-Christophe and Jean Mercier Ythier), North-Holland

[8] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(1993),"Population growth and optimality : When does serendipity hold?", Journal of Population Economics,6(4),353-362

[9] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2001),"Fiscal Policy in a Growth Model with Bequest as Consumption",*CORE Working Paper*

[10] Michel,Philippe and Pierre Pestieau(2004),"Fiscal Policy in An Overlapping Generations Model with Bequest–as-Consumption",*Journal of Public Economic Theory*,6(3), 397-407

[11] 小塩隆士, 安岡匡也 (2010),「公的年金と子育て支援—出生率内生化モデルによる分析—」,『経済研究』,61(2), 126 − 136

[12] Samuelson(1975),"The Optimum Growth Rate for Population",*International Economic Review* ,16（3）,531-538

[13] Sinn, H. (2004),"The Pay-As-You-Go Pension System as Fertility Insurance and an Enforcement Device",*Journal of Public Economics* ,88(7),1335-135712)

[14] Zhang, J.and K.Nishimura(1993),"The Old-Age Hypothesis Revisited" ,*Journal of development Economics*,41(1),191-202

[15] Zhang, J.and J.Zhang(1998),"Social Security, Intergenerational Transfer and Endogenous Growth",*Canadian Journal of Economics*, 31 (6.5), 1225-1241

[16] Wigger, B.U. (1999),"Pay-As-You-Go-Financed Public Pensions in a Model of

Endogenous Growth and Fertility",*Journal of Population Economics*,12 (4), 625-640

第 7 章

結論

本論文の目的は，従来分析されている親から子供への一方向利他的な世代重複モデル（ＯＬＧモデル）に賦課方式公的年金制度と子供から親への利他性を導入した賦課方式公的年金制度型双方向利他性ＯＬＧモデルを構築して，利他性の政策や経済への影響を長期的・短期的関連性やそれらの種々の政策的インプリケーションを考察することである．特に，社会保障制度の中心的役割を担っている公的年金制度に親世代と子世代の双方の利他性が与える影響を経済理論的に分析してきた．そこには，いくつかの重要な論点を含んでいる．利他性の形態により双方の利他性の影響が異なるのか，公的年金制度と私的家族内所得移転や遺産の相互関係はどうなっているのか，動学的効率性や公的年金制度の財源方式はどうなのかという点に焦点を絞って，理論的分析およびシミュレーション分析を行なった．

本論文は，重要な社会保障制度の一つである公的年金制度の安定的持続可能性を個人の特性や意識の変化や多様性の視点から個人の特性の一つである利他性，及び公的年金制度を補う要素として介護・私的な家族内所得移転や教育・遺産といった親・子間の利他的な行動に着目してＯＬＧモデルを用いた理論分析を行なったものともいえる．この着目点の背景には，公的年金制度を中心として社会保障制度は重要な役割を果たしているものの，高い高齢化率と速い高齢化のスピードをもつ日本では公的年金制度のみでは十分対応できない部分が存在し，ことは，家族の機能が薄れつつある現代においても意味のあることであろうと考えられることがある．

第 1 章では，本論文の目的と構成を説明した．

第 2 章では，利他性ＯＬＧモデルの基礎と特徴を解説した．この章はそれ以降の第 3 章から第 6 章の各章で分析ツールとなった基本モデル，(一方向）利他的ＯＬＧモデル（Michel and Pestieau 2004 モデル）と人的資本ＯＬＧモデル（Lambrecht, Michel and Vidal 2001 モデル），人口内生化モデルである小塩-安岡モデルを概観した．

第 3 章では，利他性ＯＬＧモデルの一つで，親が子供に遺産を残すことに喜びを感じるという joy-of-giving 型利他性に焦点を当てた．Michel and Pestieau(2004) が生産の存在する joy-of-giving 型利他性 2 期間生存ＯＬＧモデルで最適・次善の課税政策を分析していた．

本章は，このモデルを採用して，従来の親から子供への一方向の利他性の仮定から子供から親への利他性を追加した仮定に拡張して，修正賦課方式公的年金制度が存在して生産が存在しない joy-of-giving 型双方向利他性 2 期間生存ＯＬＧモデルを構築して，介護の

ための親への家族内所得移転と自分自身の介護費用を導入したモデルを展開した．定常均衡とパターナリズム，動学的効率性，公的年金財源方式（賦課方式年金制度と相続税を財源に加えた修正賦課方式年金制度の 2 種類）の関係を分析して，利他性を評価する政府の財政政策・公的年金制度の役割とパターナリズムの関係を考察した．その結果，双方向の利他性と財政政策の定常状態における家族内所得移転と遺産への効果は，利子率と人口成長率の大小関係つまり動学的効率性か非効率性かということと公的年金制度財源方式の種類に依存すること，財政政策が定常解に与える効果は利他性の存在によって弱められること，修正賦課方式年金制度下で利他性を評価する政府の最適政策は相続税を課し公的年金制度をなくすことであることが得られた．利他性が公的年金制度と代替的な関係があることを示唆する結論は，利他性が存在し利他性を評価する社会であるならば政府の役割や在り方を再考することに意味があるという含意を与えている．

第 4 章では，親が自分の子供の将来の所得に関心を持つ利他性をもち，利他的な親が教育と遺産を与えるという利他的行動を通じて自分の子供の所得に影響を与えて人的資本を形成する Becker(1991) 型利他性 3 期間生存ＯＬＧモデルを取りあげた．Becker(1991) や Lambrecht, Michel and Vadal(2001) は，遺産と教育のトレードオフが存在し，親は子供の将来の所得を自分の効用の中で評価し，子供に教育を与えることと遺産を残すことから影響を受けるというこのＯＬＧモデルを展開している．

本章は，この利他性を用いて，子供から親への家族内所得移転という利他的行動を導入して Becker 型双方向利他性 3 期間生存ＯＬＧモデルへと拡張して，生産のある公的年金制度が存在する経済下で，動学分析を行ない，均衡の動学過程，物的資本ストック・人的資本ストック比率の定常解の存在と一意性の確認，定常解の局所的安定性の確認，双方向利他性が資本労働比率（つまり経済成長）に与える影響の長期における比較静学分析を行なった．その結果，親への利他性と子供への利他性が物的資本ストック・人的資本ストック比率に与える効果は逆であることが明らかになった．子供への利他性の上昇が所得に占める割合の増加は物的資本ストック・人的資本ストック比率を増加させ，親への利他性はそれをを減少させる．また，教育投資人的資本比率は物的資本ストック・人的資本ストック比率の増加関数になっていることから，二つの利他性の教育投資人的資本比率への効果も物的資本ストック・人的資本ストック比率への効果と同様である．さらに，物的資本ストック・人的資本ストック比率の成長率が上昇すると教育投資人的資本比率の成長率は減少することも明らかになった．

第 4 章の人的資本形成型の利他性モデルでは，生産が存在し所得比例的な賦課方式公的年金の場合，子供への利他性の上昇は遺産を増加させ物的資本ストック・人的資本ストック比率を増加させ経済を成長させる効果がある．家族内所得移転への効果については子供への利他性はマイナスで，親への利他性はプラスで，親への利他性は物的資本ストック・人的資本ストック比率を減少させる効果がある．一方，第 3 章の recursive な (joy-of-giveng 型) 利他性モデルでは，生産が存在せず一括税型賦課方式公的年金の場合，親への利他性は親への家族内所得移転を増加させ，子供への利他性はそれを減少させる効果がある．遺産に対する効果は人口成長率と利子率の大小関係に依存しており，過小資本蓄積（利子率が人口成長率より大きい場合）子供への利他性は資本を増加させるようにはたらく遺産を増加させ，親への利他性は遺産を減少させる．

第 3 章と第 4 章では利他性の異なる仮定において親から子供への利他性と子供から親への利他性を持つ双方向利他性ＯＬＧモデルへと拡張をして分析を行なった．人的資本型

と joy-of-giveng 型の利他性モデルには生産の有無と年金保険料の形態の相違はあるものの，利他性の仮定に関わらず二つの利他性が家族内所得移転に与える効果は同じであることが明らかになった．また，遺産への効果は，joy-of-giveng 型利他性モデルでは動学的効率性かどうかに依存し，joy-of-giveng 型が過小資本蓄積の場合には人的資本型利他性モデルと同じ効果をもつことも明らかになった．

第 5 章は第 3 章の双方向利他性ＯＬＧモデルの政府存続期間（政策持続期間）の変更をした拡張分析であり，第 6 章は人口内生化双方向利他性ＯＬＧモデルの地域数変更の拡張分析である．

第 5 章ではより現実的な政府の公的年金政策を考察することに焦点を当てた．本章では，ｔ期に勤労世代であるｔ世代から支持を得てｔ世代が勤労期のｔ期と引退期のｔ＋１期に一貫した公的年金政策を実施する政府つまり世代の公的年金政策に関する主張を反映する世代型政権を仮定して，生産の無い 2 期間生存 joy-of-giving 型双方向利他性ＯＬＧモデルの中で，世代ごとの意思決定をモデル化した世代型政権の公的年金政策について定常状態において分析した．従来のＯＬＧモデル下で最適政策を論じる先行研究で仮定されている無限視野の政府の年金政策についても分析した．

その結果，世代型政権を仮定すると定常状態における最適公的年金保険料が決定される．一方，無限期間政府の場合，定常状態において，人口成長率と利子率が等しい時，最適公的年金保険料は (5.49) を満たすようにどんな値もとり得て，人口成長率と利子率が異なる時，最適公的年金保険料は端点解となることが明らかになった．また，シミュレーションの結果，動学的効率性（過小資本蓄積つまり利子率が人口成長率より大である）の場合，以下の通りとなった．子供への利他性と親への利他性の限られた範囲内で，親への利他性が家族内所得移転に与える効果はプラスからマイナスになり，公的年金保険料への効果もプラスからマイナスになる．各パラメータの制約の下で子供への利他性の家族内所得移転に対する効果はプラスからマイナスになり，公的年金保険料に対する効果はマイナスからプラスになる．各パラメータの制約下で，自分自身の介護費用は家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる．各パラメータの制約下で，利子率の上昇は親への家族内所得移転を減少させて公的年金保険料を増加させる効果があり，利子率の値の範囲が大きくなると利子率の上昇は親への家族内所得移転も公的年金保険料も減少させる効果がある．

第 6 章では小塩-安岡モデルを 2 地域も拡張し，公的年金制度が地域統合された場合と分離した場合を資本市場の統合と分離の場合に分けて，年金政策の長期均衡の特徴を考察した．資本と労働の分配率，全要素生産性，子育てコスト，子育てコストの子供数に対する弾力性および子育て支援政策という要因に地域差がある 2 地域を想定した１財２地域経済 OLG モデルにおいて，資本市場の開放の有無，年金統合の有無，子育て支援の有無の組合せの違いを組み込んだ経済に場合分けをして，年金給付政策や地域の要因が子供数へ与える影響を定常状態でシミュレーション分析によって定性分析した．その結果，資本市場開放下では，２地域の年金統合の有無にかかわらず，年金政策の充実（年金給付率上昇政策）は定常状態における子供数を減少させるという結果が得られた．この結果は先行研究と同様となった．

主な結果は，資本市場開放下で１地域モデルを２地域モデルに拡張すると，年金統合の有無や子育て支援政策の有無に影響を受けずに，公的年金制度の充実（年金給付率の引上げ政策）は子供数を減少させるというものであり，公的年金政策が子供数へ与える効果は１地域モデルの先行研究と同様であった．また地域を特色づけるそれぞれの要因が子供数

へ与える効果を調べることもできた．

2 地域モデルに拡張したことによる新たな結論は，年金統合・資本市場開放モデルでは，$A_1 \neq A_2$ で α, ϵ, c のケースで全要素生産性の地域差は人口成長率に影響しないこと，さらに $c_1 \neq c_2$ で α, ϵ, A のケースで地域の子育てコストが両地域共通の出生数の定常値に影響をするのではなく，両地域の子育てコストの総和が両地域共通の出生数の定常値に影響を与えることがわかった．年金制度統合無しで資本市場も分断されている経済では，子育てコストに地域がある場合，2 地域に拡張したことにより $n(c_1)$ と $n(c_2)$ が平均化すること，子育てコストの弾力性に地域差がある場合も $n(\epsilon_2)$ と $n(\epsilon_1)$ が平均化することがわかった．

以上，本論文では，マクロ経済学特に利他的ＯＬＧモデルの研究蓄積に基づき，それらを拡張・発展させる形で，公的年金制度と利他性の関係について未解明の部分に着目しつつ分析を行なった．高齢化社会の進展は世界各国で今後ますます重要な問題となってくるが，その問題の解決へ向けて理論分析に裏付けられたいくつかの命題が得られた．

しかしながら，本研究で分析対象とした事象と領域は，公的年金制度問題の広範な全体像の一部である．また，未解明部分の存在やさらなる充実が求められるものもあるだろう．今後の課題や研究の発展については，各章の最後で既に述べている．以下では，今後の研究の拡充に当たって特に重要な点を取りあげて整理しておく．

第 1 に，老後保障として重要な位置を占めている公的年金制度や介護保険制度の持続可能性をもたらす政策分析の更なる深化である．人口内生化型モデルでの政策の組み合わせの分析への拡張や，社会保障制度間，つまり公的年金制度間，公的年金制度と介護保険制度間あるいは地域間（多国間）での制度の統廃合の問題への拡張である．後者はＥＵや多国間経済統合地域の議論が活発化する中，制度間，地域間の相違を実証的に明らかにしつつ，理論研究を拡充することは急務の課題であろう．

第 2 に，介護の現場で発生している問題を分析することである．まず，介護のマンパワーの問題をモデルに導入するという拡張である．介護現場でのマンパワー不足や家族内介護の担い手（主に女性）の高齢化や女性の高齢単独世帯の増加を背景として発生してくる社会的な課題を分析する必要性に対応するものであり，介護労働を導入した分析は今後意味をもってくるものと考えられる．さらに，介護を受ける人間と介護を担う人間の問題に焦点を当てた分析への拡張である．これは，利害関係者（介護を受ける人間と担う人間と政府）の情報の問題として取り扱うことが可能であろうと考える．

本研究は，以上のような諸課題への研究をより一層発展させるための第一歩である．