選択可能な経済環境のもとでの市場均衡*

慶　田　　収†

要　　約

本稿は，純粋交換経済モデルを用いて異なる経済条件を伴う経済環境下での市場均衡を分析したものである．第 2 節で異なる経済環境に対して人口分布が所与であるときの「一時的」均衡を示したのちに，第 3 節で経済主体が経済環境を自由に選択できる環境のもとでの「永続的」市場均衡解の存在を明らかにする．最後に，第 4 節で経済主体の初期保有量と財に対する選好を特定化しすることで，本稿のモデルが都市経済学の住宅立地モデルを近似することを試み，財の均衡消費量と均衡価格に関する性質を導出する．

1　はじめに

本稿は，純粋交換モデルを用いて市場均衡分析をさらに一般的なケース：選択可能な経済環境の場合に拡張し，モデルの特定化を通して都市経済モデルへの近似を試みる．

通常の市場モデルでは，経済主体は財の価格に対して自らの最適な行動を決定し，各財の市場需要と市場供給の間の差が価格水準に影響し，そのことが再び各経済主体の財の需要と供給に影響する．市場均衡は，もし存在するならば，この繰り返しを通して達成される．

対照的に都市経済モデルや地域経済モデルでは，土地や住宅サービスのような財の場合，経済活動の立地点に依存して価格水準が異なる．そのような財の消費量は立地点によって異なり，供給もまた異なる．このとき各経済主体は，効用を最大にする最適な消費量，あるいは利潤を最大にする最適な供給量を決定できるように立地点を選択する．そこに都市経済モデルや地域

＊本稿は，西日本理論経済学会 (2003 年) での報告論文に Alicante 大学への客員研究員 (2004 年 9 月より 2005 年 2 月まで) として滞在中におこなった研究を新たに追加して，西日本理論経済学会 (2005 年) で報告した論文をもとに完成したものである．学会発表では，大谷順彦教授 (九州産業大学) より貴重なコメント，助言をいただいた．大谷教授には記して謝意を表したい，なお，誤りはすべて筆者に帰するものである．

† E-mail: keida@kumagaku.ac.jp

経済モデルの際立った特徴がある．

経済主体が自らの立地点で効用あるいは利潤の最大化を図ろうとする行動は，各経済主体による自らの立地点の選択が価格の選択を伴う．もし効用あるいは利潤が他の立地点でのそれより小さいならば，経済主体は効用あるいは利潤を高めるために価格が異なる別の立地点を変更する．最終的には，各経済主体の効用あるいは利潤が立地点に関係なく同一グループの他の経済主体との間で無差別になるとき，都市の均衡が達成される．

本稿の主な分析目的のひとつは，純粋交換経済の市場均衡モデル分析を拡張して，立地選択が財の価格選択を意味するようなモデルでの市場均衡の存在を示すことである．これまで一般均衡モデルには，数多くの優れた研究がなされてきている．そのなかでわれわれは，厳密なフレームワークをもち，拡張分析のためのプラットホームとなるような研究，Arrow and Hahn [2]，Debreu [4]，Hildenbrand [5] を見出すことができる．他方，都市経済モデルにも，Turnbull [9]，[10] のような公理分析的な研究があり，われわれにこの方向での分析を進める契機をもたらした．そこで，本稿は一般均衡理論の成果を用いて「選択可能な」経済環境のケースに適用することを試みる．具体的には，均衡解存在の証明手続きを明確に提示した Villar [11] に依拠しながら，均衡解存在を証明する．

「選択可能な」経済環境での均衡解存在証明のために，均衡形成のメカニズムの新しい概念「超過効用」を導入する．「超過効用」は，本研究の際立った特徴で，人口分布の均衡を分析する上で重要な概念である．都市経済学の領域では Alonso [1]，Mills [7]，Wheaton [12] のような優れた研究を見出すことができ，そこでは都市の構造として住宅需要，地代，人口，都市規模などが主に比較静学分析によって分析されている．しかしながら，分析の関心は都市領域の構造にあったので，均衡形成のメカニズムは一般均衡理論のようには詳述されてこなかった．本稿の分析は，都市経済学の視点からは均衡形成のメカニズムを補強するものである．そのメカニズムにおいて必須の役割をもつのが新たに導入する「超過効用」という概念である．これは，通常の一般均衡理論における超過需要に対応するもので，人口分布の均衡形成に必須な役割をもつ．

本稿での経済が均衡に至る仕組みは，つぎのとおりである．経済は，異なる経済環境から成り立ち，各経済主体は自らの意志で自由に経済環境を選択することができる．経済には 2 種類の財 : 価格が経済環境にしたがって変化する財と経済環境に関係なく価格が同じである財がある．これらの財は，初期時点に各経済主体にある所与量が割り当てられていて，最適な消費量を求めて経済主体間で交換される．このときすべての財の市場清算条件は，経済の「永続的」均衡ではなく，「一時的」均衡の条件である．これは，経済環境への経済主体の分布が所与の

状態のもとで財の市場清算条件が達成されるためである．もし財の市場清算条件が達成された状態で，経済主体の効用が経済環境の間で異なるならば，効用の低い経済主体はより良い水準を求めて立地点を変更するであろう．一時均衡を求めての市場の反復は，やがて経済主体がもはや立地点を変更しようとすることのない「永続的」均衡に達するであろう．永続的均衡の達成には，経済主体の「超過」効用が重要な役割を担う．経済が，「超過」効用がゼロになるという条件を満たすとき，経済は，経済環境への経済主体分布の均衡を達成し，永続的均衡状態となる．

本稿の分析目的のもうひとつは，どれほど本稿のモデルを選択可能な経済環境として考えられる都市経済のモデルに近似させることができるかということである．具体的には，財の初期保有量，経済主体の選好を特定化して都市経済学の住宅立地モデルへの近似を試みる．住宅立地モデルの場合，都市中心部からの距離に対して住宅サービス (土地) の需要量が増加し，合成財需要が減少し，また，住宅サービス価格は下落するという特徴がある．本稿では，モデルの特定化を通してこのような性質が性質 1，2 として導かれることを示す．

本稿のモデルの構成は，次のとおりである．第 2 節で，モデルの設定が Villar [11]，Debreu [4] にしたがって組みたてられる．モデルの設定のあと，準備的な分析として経済主体の立地点が所与のときの「一時的」市場均衡の存在を示す．これは，選択可能な経済環境下での経済に，通常の一般均衡理論の成果を直接的に適用したものである．第 3 節は，本稿の主たる分析であって，経済主体が自由に自らの立地点を選択できるときの市場均衡の存在を証明したものである．ここでは，平均効用からの差の効用である超過効用について新たな条件が導入される．第 4 節は，選択可能な経済環境の経済として各経済主体の初期保有量と財に対する選好に関する追加的な仮定によってモデルを特定化して住宅立地モデルへの近似を試みる．その結果，均衡解の性質が明らかにされる．最後に第 5 節で結論を締めくくる．

2　モデルの設定と「一時的」市場均衡

はじめにモデルの設定をおこない，その後で予備的分析として選択可能な経済環境での「一時的」均衡を証明する．

経済環境と財

本稿では，「経済環境」を，経済主体が直面する財の価格，所得に差異をもたらすような経済活動の場と定義しよう．経済環境は離散的に捉えられ，その数は $\tilde{j}$ ($j=1, 2, \cdots, \tilde{j}$) であるとする．さらに，各経済主体は，自らの経済活動のために，$\tilde{j}$ 個の経済環境のなかから 1 つし

か選ぶことができないと想定する．したがって，経済環境は経済主体にとって選択対象として互いに排他的である．

財：2 つのタイプの財

- 経済環境に依存する「ローカル財」：経済環境ごとに市場が形成され，異なる価格が形成される．ただし，ローカル財は，経済環境の違いを除くと物理的属性としては 1 種類で同質である．この財を財 1 とする．
- 経済環境から独立した「一般財」：すべての経済環境がひとまとめにして 1 つの市場として扱われる．一般財の場合，経済環境に関係なく 1 つの共通の価格が形成される．財の数は $\tilde{l}-1$ とし，財 2 から財 $\tilde{l}$ までが一般財である．

財の価格をベクトル $\boldsymbol{p}$ で表す．ローカル財である財 1 は経済環境ごとに異なる市場を形成するので，その価格は経済環境ごとに形成される．経済環境 j での財 1 の価格を p_{1j}，財 2 から財 $\tilde{l}$ までの価格を $p_l\,(l=2, \cdots, \tilde{l})$ によって表すと，財の価格ベクトルは，

$$\boldsymbol{p}=(\underbrace{p_{11}, p_{12}, \cdots, p_{1j}, \cdots, p_{1\tilde{j}}}_{\text{ローカル財価格}}, \underbrace{p_2, p_3, \cdots, p_{\tilde{l}}}_{\text{一般財価格}})\in P\subset R_+^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$$

である．ただし，P は価格ベクトルの集合である．

経済主体 (消費者)

経済主体のタイプの数は $\tilde{i}$ 存在し，タイプ i の経済主体は閉区間 $[a_i, b_i]$ の点で表される連続体の点として捉えられる．そのタイプの経済主体の数は区間のサイズ $n_i=b_i-a_i>0$ として得られる．タイプ i 経済主体を初期時点に立地する経済環境ごとに分類して，初期時点において j に立地するタイプ i 経済主体の数を n_{ij} として表す．すると，タイプ i の経済主体の数 n_i は，すべての経済環境に立地するタイプ i の経済主体の総和

$$\sum_{j=1}^{j} n_{ij}=n_i$$

に等しい．初期の経済環境 j から終端時点に h に変更したタイプ i の経済主体のサイズを n_{ijh} で表す．すると初期時点に経済環境 j に立地するタイプ i の経済主体の終端時点での分布は，$\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\equiv(n_{ij1}, \cdots, n_{ij\tilde{j}})$ である．$\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}$ は，シンプレックス上の点として定義される；

$$N^{ij}\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\in R_+^{\tilde{j}} \mid \sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}=n_{ij}\right\}.$$

すべてのタイプの分布は $\boldsymbol{n}\equiv(\tilde{\boldsymbol{n}}_{11}, \tilde{\boldsymbol{n}}_{12}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{n}}_{\tilde{i}\tilde{j}})$ である．その空間 N は

$$N \equiv \prod_{i=1}^{\tilde{i}} \prod_{j=1}^{\tilde{j}} N^{ij}.$$

として定義される．

財の消費と効用

経済主体 (消費者) は自らの予算制約のもとで効用を最大にするように消費計画をたてる．この消費計画には，経済環境の選択が含まれる．けれども，第 2 節では予備的分析として，各経済主体にとって経済活動のための立地点が所与であるケースが議論される．

同一タイプの消費者は，すべて財の嗜好において同質的であるとし，同一の効用関数をもつと仮定する．初期の経済環境が j の経済主体のタイプ i の効用関数 u^{ij} は，$R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ の消費集合上で定義される．初期の経済環境が j のタイプ i の経済主体が経済環境 h に移動したと仮定しよう．環境 h での消費ベクトルは，

$$\boldsymbol{x}^{ijh} = \left(0, \cdots, 0, x_{1h}^{ij}, 0, \cdots, 0, x_{2h}^{ij}, \cdots, x_{lh}^{ij}\right) \in R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1} \tag{1}$$

である．ただし，x_{1h}^{ij} は，初期経済環境 j のタイプ i の経済主体の環境 h における財 1 の消費であり，x_{lh}^{ij} $(l=2, \cdots, \tilde{l})$ は，その経済主体による一般財の消費である．ローカル財と一般財の消費を分離する場合，ベクトルの形で

$$\bar{\boldsymbol{x}}^{ijh} \equiv \left(0, \cdots, 0, x_{1h}^{ij}, 0, \cdots, 0\right),\ \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh} \equiv \left(x_{2h}^{ij}, \cdots, x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)$$

と表す．h 以外の環境でのローカル財消費はゼロである．ただ $\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right)$ のみが，環境 h での経済主体の効用を決定する．したがって，効用関数 $u^{ij}(\boldsymbol{x}^{ijh})$ は，

$$u^{ijh}\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right)$$

として表現される．その消費の要素は

$$\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right) \in X_h^{ij} \subset R^{\tilde{l}}.$$

である．

消費計画と市場均衡の分析

市場均衡の分析を，次のように 2 段階に分けておこなう．

2 段階の消費計画：

Step 1： 経済環境が所与のもとでの最適消費[1]と市場均衡：経済主体にとって経済環境が所与

1) ここでは，以下で示すように，最適消費は予算制約のもとで各経済主体が効用を最大にする消費を表す．

である場合に経済主体が消費計画をたてる．(第 2 節での分析)

Step 2： 経済環境の選択による最適消費：経済主体は最適消費のために経済環境の選択を考慮に入れて消費計画をたてる．(第 3 節での分析)

Step 1 では，経済主体にとって経済環境が所与である場合，効用を最大にする消費を決定する最適消費計画を考える．経済主体は現在選択している経済環境でしかローカル財を消費しないので，それ以外の経済環境での経済環境での財 1 (ローカル財) の消費はゼロである．例えば，経済主体が初期経済環境 j から経済環境 h へ移動したタイプ i の消費者の場合，消費は h でのみ起こる．したがって，その消費は $x_{1h}^{ij} \geq 0$，$x_{lh}^{ij} \geq 0\,(l=2, \cdots, \tilde{l}\,)$，$x_{1m}^{ij}=0\,(m=1, 2, \cdots, h, m \neq h)$ となる．

Step 2 では，経済主体は経済環境の選択によって最適消費計画を達成する．このステップでは，すべての経済環境が選択対象の候補になる．初期経済環境 j のタイプ i の経済主体が経済環境を h から h' へ変更すれば，消費ベクトルは $\left(0, \cdots, 0, x_{1h}^{ij}, 0, \cdots, 0, x_{2h}^{ij}, \cdots, x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)$ から $\left(0, \cdots, 0, x_{1h'}^{ij}, 0, \cdots, 0, x_{2h'}^{ij}, \cdots, x_{\tilde{l}h'}^{ij}\right)$ に変わる．

財の初期保有と予算集合

同一タイプの消費者は，初期の経済環境ごとに同一の初期保有量をもつと仮定する．経済主体が同一タイプであっても，初期環境が異なるならば，その初期保有量は異なるかもしれない．初期環境 j のタイプ i の経済主体の場合，財 1 の初期保有量を ω_{1j}^{ij}，他の財の初期保有量を ω_{l}^{ij} と表わそう．すると初期環境 j のタイプ i の経済主体による財の初期保有量は

$$\omega^{ij}=\left(0, \cdots, 0, \omega_{1j}^{ij}, 0, \cdots, 0, \omega_{2}^{ij}, \cdots, \omega_{\tilde{l}}^{ij}\right).$$

となる．ここで，ローカル財の部分と一般財の部分を分離するとき，$\overline{\boldsymbol{\omega}}^{ij} \equiv \left(0, \cdots, 0, \omega_{1j}^{ij}, 0, \cdots, 0\right)$，$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij} \equiv \left(\omega_{2}^{ij}, \cdots, \omega_{\tilde{l}}^{ij}\right)$ と表現する．

消費者にとって初期保有の財の売却金額が消費計画の予算となる．消費者は，こうして得た所得をもとに効用を最大にする最適な消費を図ることになる．

予算集合と需要対応

初期経済環境 j のタイプ i 経済主体は，初期保有量 $\boldsymbol{\omega}^{ij}$ を原資に必要な財の購入をおこなう．このタイプの消費者が初期保有量をもとに環境 h で購入することが可能な財の量の集合，すなわち予算集合を次のように表す．

$$\beta^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right) \equiv \left\{\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right) \in X_{h}^{ij} \mid p_{1h} x_{1h}^{ij} + \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{x}^{ijh} \leq p_{1j} \omega_{1j}^{ij} + \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right\}.$$

として表す．

最適消費は，各経済主体にとって予算集合のもとで最大効用を達成する消費である．予算集合は財の価格と初期保有量に依存するので，最適消費，すなわち消費者による財の需要は，財の価格と初期保有量によって決まる．初期環境 j のタイプ i 経済主体が環境 h で消費計画をたてる場合，この経済主体の需要 $\boldsymbol{x}^{ijh}$ は，消費集合への対応 ξ^{ijh} として決まる．すなわち，

$$\boldsymbol{x}^{ijh} \in \xi^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right),$$

ここで，ローカル財と一般財は，それぞれ

$$\boldsymbol{x}_{1h}^{ij} \in \xi_{1h}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right),$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh} \in \left(\xi_2^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right), \cdots, \xi_{\tilde{l}}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)\right)$$

である．一般財の需要対応を

$$\tilde{\xi}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right) = \left(\xi_2^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right), \cdots, \xi_{\tilde{l}}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)\right)$$

と表すと，需要対応は，

$$\xi^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right) \equiv \left(\xi_{1h}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right), \tilde{\xi}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)\right).$$

である．各タイプの経済主体の対応をひとつにまとめると，次のようなベクトルになる．

$$\xi\left(\boldsymbol{p}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right) \equiv \left(\xi^{111}\left(p_{11}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right), \cdots, \xi^{\tilde{i}\tilde{j}\tilde{j}}\left(p_{\tilde{i}\tilde{j}}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)\right).$$

消費に関する公理

上述の消費集合，効用関数，財の初期保有量に関して，つぎの性質が満たされるものとする．

公理 1　初期経済環境 j のタイプ i の経済主体が環境 h で消費計画をたてるとき，

(ⅰ) $X_h^{ij} \subset R^{\tilde{l}}$ は，下に有界な非空の閉凸集合である．

(ⅱ) $u^{ijh} : X_h^{ij} \to R$ は，連続，準凹，不飽和な効用関数である．

(ⅲ) 初期保有量は $\boldsymbol{\omega}^{ij} \in X_h^{ij}$ であり，ローカル財については $x_{1j}^{ij0} < \omega_{1j}^{ij}$，一般財については $\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh0} < \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$ であるような $\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh0} \in X_h^{ij}$ が存在する．

(ⅳ) $x_{1h}^{ij} > 0$，$\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}$ のとき，どのような一般財の消費 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh'}$ に対しても

$$u^{ijh}\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right) > u^{ijh}\left(0, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh'}\right)$$

である[2)]．

いま $\boldsymbol{\omega} = \sum_i^{\tilde{i}} \sum_j^{\tilde{j}} \boldsymbol{\omega}^{ij}$ に対して $\boldsymbol{\omega} \ll \alpha \boldsymbol{e}$ であるような十分大きな正のスカラー $\alpha > 0$ をとるなら

2)　公理 (ⅳ) は，大谷順彦教授 (九州産業大学) の助言による．

ば，経済主体による個々の消費 $\boldsymbol{x}^{ijh}$ はベクトル $\alpha\boldsymbol{e}$ (ただし，$\boldsymbol{e}=(1, \cdots, 1)$ より小さくなる．これを満たす消費集合を $X_h^{ij}(\alpha)$ で表す．

$$X_h^{ij}(\alpha)=\left\{\boldsymbol{x}^{ijh}\in X_h^{ij}\,|\,\boldsymbol{x}^{ijh}\leq\alpha\boldsymbol{e}\right\}$$

集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ はコンパクトであり，これを $R^{\tilde{l}}$ に射影した像もコンパクトである．価格 $\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}\right)$ の集合を P^{jh} と表わすとき，予算集合 $\beta^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)$ は，公理 (iii) と (iv) より価格集合 $P^{jh}\subset R_+^{\tilde{l}+2}$ から財集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ への非空かつ連続な対応[3]として表現される．これは制限された財集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ への対応なので，予算集合も制限されたものになる．制限された予算集合を $\hat{\beta}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)$ で表す．公理 (ii) から，効用関数は予算集合上で最大値をとる．それゆえ，付録の Berge の最大値定理から，つぎの定理が導出される．

定理 1　消費に関する公理 (i)〜(iv) が満たされると仮定する．α は $\boldsymbol{\omega}=\sum_i^{\tilde{i}}\sum_j^{\tilde{j}}\boldsymbol{\omega}^{ij}\ll\alpha\boldsymbol{e}$ であるような十分大きな正数で $X_h^{ij}(\alpha)\subset X_h^{ij}$ であるとする．このとき初期経済環境 j のタイプ i の経済主体で，環境 h で消費計画をたてる経済主体にとって，予算集合 $\beta^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)$ はコンパクトな連続対応であり，制限された需要対応 $\hat{\xi}^{ijh}$ も非空かつコンパクトの優半連続対応である．(証明略)

交換経済

初期時点においてタイプ i の経済主体が経済環境 j に分布する状態 $\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}$ $(i=1, 2, \cdots, \tilde{i}, j=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ のもとで，経済主体は，初期時点の経済環境と初期保有量，消費財集合，効用関数によって特徴づけられる．そこで交換経済 $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ を次のように定義する．

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}=\left\{\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij},\ \left(X_h^{ij},\ u^{ijh},\ \boldsymbol{\omega}^{ij}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right\}$$

配分と実行可能性

交換経済 $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ における財の配分 (allocation) は，すべての経済主体の消費集合の直積の要素，すなわち $\Pi_{i=1}^{\tilde{i}}\Pi_{j=1}^{\tilde{j}}\Pi_{h=1}^{\tilde{j}}X_h^{ij}$ の点 $\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}$ である．点 $\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}$ が実行可能 (feasible) 配分であるとは，つぎの 2 条件を満たすときをいう．

(a)　$\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}$ が配分である．

(b)　$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}x_{1h}^{ij}\leq\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ihj}\omega_{1h}^{ih}\quad(h=1, 2, \cdots, \tilde{j})$,

$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}x_{lh}^{ij}\leq\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ihj}\omega_{l}^{ih}\quad(l=2, 3, \cdots, \tilde{l})$.

---

3)　G・ドブリュー『価値の理論』(1977) の p106〜p109 参照．

交換経済のワルラス均衡

交換経済 $\mathcal{E}$ のワルラス均衡 (Walras equilibrium) とは，実行可能な配分とこれを支持する価格体系 $\left(\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}},\ \boldsymbol{p}^*\right)$ をいう．この均衡は，経済主体の分布 $\boldsymbol{n}=\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}$ が所与のときに得られる．もし経済主体の分布が別の分布状態に変化するならば，支持価格とその配分はもはや均衡ではありえない．それゆえ，経済主体の分布が所与であるときに得られる均衡 $\left(\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}},\ \boldsymbol{p}^*\right)$ は一時的なものでしかない．そのため，このワルラス均衡を「一時的市場均衡」と呼ぶことにする．

超過需要対応

経済主体は財の初期保有量をもとに自らの最適消費量，すなわち需要量を決定し，これを実現するために市場で財の交換をおこなう．財の市場需要は，財 1 の場合，経済環境ごとに市場を形成するので，経済環境 h での市場需要は $\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\xi_{1h}^{ijh}\left(p_j, p_h, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \boldsymbol{\omega}^{ij}\right)$ である．したがって，環境 h での財 1 の総存在量は $\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_{1h}^{ih}$ なので，経済環境 h における財 1 の超過需要量は

$$\zeta_{1h}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})\equiv\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\xi_{1h}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \boldsymbol{\omega}^{ij}\right)-\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_{1h}^{ih} \quad (h=1, 2, \cdots, \tilde{j}). \tag{2}$$

である．

一般財については，超過需要量は

$$\zeta_l(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})\equiv\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\xi_{l}^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \boldsymbol{\omega}^{ij}\right)-\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_{l}^{ih}. \quad (l=2, \cdots, \tilde{l}). \tag{3}$$

である．

式 (2) と (3) を一つにまとめると，超過需要ベクトルは

$$\zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})\equiv(\zeta_{11}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}), \cdots, \zeta_{1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}), \zeta_2(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}), \cdots, \zeta_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})) \tag{4}$$

と表される．超過需要 $\zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ は，$R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ から $R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ への写像 $\zeta: P\times N\to Z$ である．一時的均衡は，所与の経済主体の分布 $\boldsymbol{n}$ のもとで得られる．それゆえ一時的均衡の証明に必要なものは，P と Z の間の関係である．

定理 2　消費者にとって経済環境が所与であるときの市場均衡の存在

$Z\subset R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ はコンパクト，$\zeta: P\to Z$ は非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応であるとする．さらに，すべての $\boldsymbol{z}\in\zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$，すべての $\boldsymbol{p}\in P$ に対して $\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{z}=0$ と仮定する．そのとき，$\boldsymbol{p}^*\in P$，$\boldsymbol{z}^*\in\zeta(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n})$ が存在して $\boldsymbol{z}^*\leq 0$ である．このとき

$$p_{1h}^* > 0 \quad ならば \quad z_{1h}^* = 0 \qquad または \quad z_{1h}^* < 0 \quad ならば \quad p_{1h}^* = 0 \quad (h = 1, \cdots, \tilde{j}),$$
$$p_l^* > 0 \quad ならば \quad z_l^* = 0 \qquad または \quad z_l^* < 0 \quad ならば \quad p_l^* = 0 \quad (l = 2, \cdots, \tilde{l})$$

となる.

(証明) 次に定義する価格調整の写像 $\mu: Z \to P$ が必要な性質を満たすことを示した後，これと超過需要 $\zeta: P \times N \to Z$ を用いて不動点の存在を明らかにし，不動点が一時的市場均衡であることを示す.

1．価格調整の写像 $\mu: Z \to P$ が非空，コンパクト，凸であること.

写像 $\mu: Z \to P$ を，次のように定義する.

$$\mu(\boldsymbol{z}) = \{\boldsymbol{p} \in P \,|\, \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z} \geq \boldsymbol{p}' \cdot \boldsymbol{z},\ \boldsymbol{z},\ \forall \boldsymbol{p}' \in \boldsymbol{P}\}$$

価格集合 P はコンパクトなので，連続関数 $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z}$ は，$\boldsymbol{z}$ が所与であるとき P 上で最大値をもつ. よつて $\mu(\boldsymbol{z})$ は非空で有界である. $\mu(\boldsymbol{z})$ は，また定義から閉じている. もし $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}' \in \mu(\boldsymbol{z})$ ならば，すべての $\lambda \in [0, 1]$ に対して $\lambda \boldsymbol{p} + (1 - \lambda) \boldsymbol{p}' \in \mu(\boldsymbol{z})$ である. したがって，$\mu(\boldsymbol{z})$ は凸である.

2．$\mu(\boldsymbol{z})$ が優半連続であること.

$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z}$ が $P \times Z$ 上で連続である. $\boldsymbol{z} \in Z$ に対して定値対応 $\nu(\boldsymbol{z}) = P$ をとる. すると，最大値定理から，$\mu(\boldsymbol{z})$ が優半連続である.

3．制限された需要対応のもとで不動点が存在すること.

制限された財集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ はコンパクト集合なので，この集合は，初期保有量の点を含むコンパクト集合を形成する. また，各タイプの経済主体の需要対応 ξ^{ijh} は，定理 1 から非空，コンパクト値の優半連続対応である. したがって，すべての経済主体について集計した市場需要も同じ性質をもち，式 (2)，(3) によって定義される超過需要 $\zeta_{1h}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$，$\zeta_l(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ もまた，コンパクト値の優半連続対応の性質をもつ.

写像 $\phi: Z \times P \to P \times Z$ を，すべての $(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{p}) \in Z \times P$ に対して

$$\phi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{p}) = \zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}) \times \mu(\boldsymbol{z})$$

であるように作る. $Z \times P$ は非空，コンパクト. 凸集合であり，$\phi(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{p})$ は，非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応である. すると，付録の角谷の不動点定理から，制限された需要対応のもとで不動点が存在する.

4．制限された需要対応のもとで不動点が X_h^{ij} 上で一時的市場均衡であること．

制限された需要対応のもとでの均衡は，X_h^{ij} を含む閉凸包での均衡であり，この均衡点は適当に選んだ X_h^{ij} のコンパクト凸部分集合に属する[4)]．したがって，制限された需要対応のもとでの不動点は，X_h^{ij} での不動点であり，つまり一時的均衡である．

各経済主体は自らの予算制約の範囲内で消費をおこなうので，つぎの不等式が成り立つ．初期の経済環境 j のタイプ i の経済主体が環境 h で消費計画を立てる場合，その予算制約は

$$p_{1h}^{*}x_{1h}^{ij}+\tilde{\boldsymbol{p}}^{*}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\leq p_{1j}^{*}\omega_{1j}^{ij}+\tilde{\boldsymbol{p}}^{*}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}.$$

である．

経済全体にわたってすべての経済主体について不等式を集計すると，

$$\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,p_{1h}^{*}x_{1h}^{ij}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\tilde{\boldsymbol{p}}^{*}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}$$

$$\leq\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,p_{1j}^{*}\omega_{1j}^{ij}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\tilde{\boldsymbol{p}}^{*}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}.$$

となる．左辺は価格ベクトル（$p_{11}^{*},\cdots,p_{1\tilde{j}}^{*},p_{2}^{*},\cdots,p_{\tilde{l}}^{*}$）と需要の総和ベクトル $\left(\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ij1}x_{11}^{ij},\right.$ $\cdots,\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ij\tilde{j}}\,x_{1\tilde{j}}^{ij},\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}x_{2h}^{ij},\ \cdots,\ \left.\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)$ の積である．右辺は価格ベクトル（$p_{11}^{*},\cdots,p_{1\tilde{j}}^{*},p_{2}^{*},\cdots,p_{\tilde{l}}^{*}$）と初期存在量の総和ベクトル $\left(\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{i1h}\omega_{11}^{i1},\right.$ $\cdots,\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{i\tilde{j}h}\,\omega_{1\tilde{j}}^{1\tilde{j}},\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\omega_{2}^{ij},\ \cdots,\ \left.\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,\omega_{\tilde{l}}^{ij}\right)$ の積である．

よって第１財については

$$p_{1h}^{*}>0\quad\text{ならば}\quad z_{1h}^{*}=\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ihj}\,\omega_{1h}^{ih}-\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,x_{1h}^{ij}=0,$$

または

$$z_{1h}^{*}=\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ihj}\,\omega_{1h}^{ih}-\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,x_{1h}^{ij}<0\quad\text{ならば}\quad p_{1h}^{*}=0$$

であり，第 l 財（$l=1,2,\cdots,\tilde{l}$）については

$$p_{\ell}^{*}>0\quad\text{ならば}\quad z_{l}^{*}=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,\omega_{l}^{ij}-\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}n_{ijh}\,x_{lh}^{ij}=0,$$

または

4）　前掲 G. ドブリュー［4］の p. 142～146.

$$z_l^* = \sum_{h=1}^{\tilde{j}} \sum_{j=1}^{\tilde{j}} \sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh} \omega_l^{ih} - \sum_{h=1}^{\tilde{j}} \sum_{j=1}^{\tilde{j}} \sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh} x_{lh}^{ij} < 0 \quad \text{ならば} \quad p_l^* = 0$$

となる．　□

定理 2 は，経済主体にとって経済環境が所与であるとき，一時的均衡が存在することを保証する．

3　選択可能な経済環境下の市場均衡

経済環境が経済主体 (消費者) にとって所与である場合，経済主体の数の多い経済環境と少ない経済環境では，たとえ同一タイプの経済主体でも均衡状態において財の消費に差が生じ，結果として均衡状態で達成することのできる効用に差が生じる．各経済主体にとって経済環境が所与である限り，この状態は続く．ところが，経済主体が経済環境を自由に選択できるならば，どうであろう．おそらく，より高い効用を実現する経済環境を選択しようとするであろう．このとき経済主体はより大きな効用をもたらす最適消費を目指してより良い経済環境を選択しようとする．その結果，各経済環境での経済主体の数は変化して，経済主体の消費量に影響する．以下では，このように経済環境を選択できる場合における市場均衡を分析する．

「超過効用」と経済の「永続的」均衡状態

経済主体にとって経済環境が選択可能である場合，他の経済環境のもとでさらに大きな効用を達成できるならば，別の経済環境を選択するであろう．そのとき経済主体による経済環境選択のメカニズムは，どのようなものであろうか．その 1 つの方法として，ここでは，次のような「平均効用」からの差にもとづいた経済主体の移動メカニズムを設定する．

同じタイプに属する個人は，そのグループのなかで平均的水準より良いならば現状を良しと考え，平均以下ならば悪いと考えて何らかの行動をとる．そこでグループの平均効用の水準を「平均効用」として，平均効用からの各個人の効用の差をとらえる．この差を「超過効用」と呼ぶとき，超過効用に差がある限り，各経済主体はより良い環境を求めて立地点を変更する．グループの中で各個人による経済環境の選択が続く限り，グループの人口分布はその都度変動する．

その人口分布が変動せずに一定の状態になるとき，それは，グループ内で経済主体の移動が生じない，すなわち，グループ内の経済主体にとってどの経済環境でも同じ効用を実現するような状態である．この状態が経済における人口分布の均衡状態といえる．以下では，このメカ

ニズムを次のように定式化しよう.

平均効用 $\overline{\boldsymbol{u}}^{ij}$ は，初期環境 j のタイプ i の経済主体の効用の加重平均である．平均効用 $\overline{\boldsymbol{u}}^{ij}$ は，環境 j から $h\,(h=1,\cdots,\tilde{j}\,)$ に移動した経済主体の数 n_{ijh} をウェイトとした加重平均効用である．すなわち，

$$\overline{u}^{ij}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n})\equiv\frac{1}{n_{ij}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}\Big(p_{1j},p_{1h},\tilde{\boldsymbol{p}},\omega_{1j}^{ij},\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\Big). \tag{5}$$

この平均効用から各経済主体の効用の差を「超過効用」と定義する．経済環境 j から h に移動したタイプ i の経済主体の超過効用 $\boldsymbol{v}^{ijh}$ は

$$v^{ijh}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n})\equiv u^{ijh}\Big(p_{1j},p_{1h},\tilde{\boldsymbol{p}},\omega_{1j}^{ij},\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\Big)-\overline{u}^{ij}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}) \tag{6}$$

である.

初期経済環境 j のタイプ i 経済主体の，経済環境ごとの超過効用の値は，ベクトルの形で

$$v^{ij}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n})\equiv(v^{ij1}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}),\cdots,v^{ij\tilde{j}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n})).$$

と表される.

初期経済環境 j のタイプ i 経済主体の超過効用の空間 V^{ij} がコンパクトかつ凸であるように，

$$V^{ij}\subseteq R^{\tilde{j}}$$

と定義することができる.

V^{ij} のコンパクト性と凸性は，次のようにして根拠付けられる．V^{ij} の任意の 2 つの要素，$\boldsymbol{v}^{ij}$，$\boldsymbol{v}^{ij'}$ をとり，凸結合 $\lambda\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\boldsymbol{v}^{ij'}$，$(\lambda\geq 0)$ を作る．$\boldsymbol{v}^{ij}$，$\boldsymbol{v}^{ij'}$ は，それぞれ $\Big(\big(x_{11}^{ij},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij1}\big),\cdots,\big(x_{1\tilde{j}}^{ij},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij\tilde{j}}\big)\Big)$，$\Big(\big(x_{11}^{ij'},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij1'}\big),\cdots,\big(x_{1\tilde{j}}^{ij'},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij\tilde{j}'}\big)\Big)$ であるような消費に対応する超過効用である．$\big(x_{1h}^{ij},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\big)$ が属する消費集合 $X_h^{ij}(h=1,2,\cdots,\tilde{j}\,)$ は凸なので，$\Pi_{h=1}^{\tilde{j}}X_h^{ij}$ もまた凸である．したがって，凸結合 $\lambda\Big(\big(x_{11}^{ij},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij1}\big),\cdots,\big(x_{1\tilde{j}}^{ij},\boldsymbol{x}^{ij\tilde{j}}\big)\Big)+(1-\lambda)\Big(\big(x_{11}^{ij'},\boldsymbol{x}^{ij1'}\big),\cdots,\big(x_{1\tilde{j}}^{ij'},\tilde{\boldsymbol{x}}^{ij\tilde{j}'}\big)\Big)$，$(\lambda\geq 0)$ は，$\Pi_{h=1}^{\tilde{j}}X_h^{ij}$ に属し，この消費の凸結合を支持する価格 $\boldsymbol{p}$ が存在する．それゆえ，$\lambda\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\boldsymbol{v}^{ij'}$，$(\lambda\geq 0)$ は，価格 $\boldsymbol{p}$ のもとで実現し，V^{ij} に属する.

V^{ij} のコンパクト性も，次のようにして確認することが出来る．消費集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ がコンパクトであり，効用関数が連続であることから，効用関数による消費集合の像も，またコンパクトである．これは超過効用の集合をコンパクトにする．それゆえ，V^{ij} はコンパクトである.

積集合 V：

$$V\equiv\prod_{i=1}^{\tilde{i}}\prod_{j=1}^{\tilde{j}}V^{ij}\subseteq R^{\tilde{i}\tilde{j}\tilde{j}}$$

を作る．このとき超過効用 $v\in V$ は，$P\times N\rightarrow V$ の像である.

平均効用 $\overline{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ が式 (5) から $\boldsymbol{n}$ に関して連続であることから，超過効用 $v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ も，また $\boldsymbol{n}$ に関して連続である．

他方，(間接) 効用 $u^{ijh}(\boldsymbol{p})$ は，価格 $\boldsymbol{p}$ に関して連続である．したがって，式 (5) で定義される平均効用 $\overline{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ も $\boldsymbol{p}$ に関して連続である．式 (6) より，超過効用 $v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ も $\boldsymbol{p}$ に関して連続である．

以上から，超過効用 $v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ は，$(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ に関して連続である．よって積集合の元である超過効用 v は，価格 $\boldsymbol{p}$ と人口分布 $\boldsymbol{n}$ に関して連続である[5)]．

補題 1　超過効用関数 v は，P と N に関して連続である．

選択可能な経済環境下の均衡

前節では，均衡は，所与の経済主体分布のもとで定義された．本節では，経済主体が自由に自らが立地する経済環境を選択できる場合について，均衡を定義しよう．

交換経済の均衡を，支持価格を伴う実行可能配分と実行可能な経済主体の分布 $\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \boldsymbol{p}^*, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}^*\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)$ として定義する．それは各経済主体が高い効用をもとめて立地しようとするとき環境を変更することがないような一時的均衡のことである．

均衡 $\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \boldsymbol{p}^*, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}^*\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)$ が達成されると，経済主体の分布 $\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}^*\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)$ は，もはや変化しない．対応する一時的均衡 $\left(\left(\left(\boldsymbol{x}^{ijh*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \boldsymbol{p}^*\right)$ も，また変化しない．それゆえ，この均衡は，経済主体の分布が同じ状態に留まるかぎり均衡が変化しないという意味で，「永続的」均衡である．ここでは，この「永続的」均衡を市場均衡と呼ぶことにする．

初期経済環境 j のタイプ i の経済主体の，V^{ij} から N^{ij} への写像を $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij}) : V^{ij} \to N^{ij}$，すなわち

$$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij}) = \{\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}} \in N^{ij} \mid \tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}} \cdot \boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}} \geq \tilde{\boldsymbol{n}}' \cdot \boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}},\ \forall \tilde{\boldsymbol{n}}' \in N^{ij}\}$$

と定義する．

補題 2　$\boldsymbol{n} = (\boldsymbol{n}_{\widetilde{11}}, \cdots, \boldsymbol{n}_{\widetilde{ij}}, \cdots, \boldsymbol{n}_{\widetilde{\tilde{i}\tilde{j}}})$，$\boldsymbol{v}^{ij} = v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ に対して $\boldsymbol{n}_{\widetilde{\boldsymbol{ij}}} \cdot \boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}} = \boldsymbol{n}_{\widetilde{\boldsymbol{ij}}} \cdot v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}) = 0$ である．

5)　Moore, *Mathematica methods for economic theory 1* (1999) の pp. 122 参照。

(証明)

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}}&=(n_{ij1},\,n_{ij2},\,\cdots,\,n_{ij\tilde{j}})(v^{ij1}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}),\,v^{ij2}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}),\,\cdots,\,v^{ij\tilde{j}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}))\\&=(n_{ij1},\,n_{ij2},\,\cdots,\,n_{ij\tilde{j}})(u^{ij1}(\cdot)-\overline{u}^{ij},\,u^{ij2}(\cdot)-\overline{u}^{ij},\,\cdots,\,u^{ij\tilde{j}}(\cdot)-\overline{u}^{ij})\\&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\overline{u}^{ij}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}\\&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\overline{u}^{ij}n_{ij}\\&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\left(\frac{1}{n_{ij}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)\right)n_{ij}\\&=0\qquad\square\end{aligned}$$

補題 3　$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は，非空，コンパクトかつ凸である．

(証明) N がコンパクト, $\tilde{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ が $N^{ij}\subseteq N$ 上で連続であるから，必ず $\tilde{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ の値が定まる.

$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は，N がコンパクトであることから有界であり，$g^{ij}(\cdot)$ の定義から閉集合になる. したがって，$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ はコンパクトである.

$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ が凸であることは，次のようにして分かる．$0<\lambda<1$ に対して $\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij},\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\in g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ の凸結合 $\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}$ を作る．この凸結合に対して，次の計算を施すと，

$$\begin{aligned}(\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij})\boldsymbol{v}^{ij}&=\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}\\&\geq\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij},\ \forall\,\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\in N^{ij}\\&=\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}.\end{aligned}$$

となる．よって $\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\in g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ である．　$\square$

補題 4　対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は $\boldsymbol{v}^{ij}$ に関して優半連続対応である．

(証明) 補題は，Berge の最大値定理を用いて証明される．

$\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ が $N^{ij}\times V^{ij}$ 上で連続である．次に，対応 $\delta_{ij}: V^{ij}\rightarrow N^{ij}$ を，各 $\boldsymbol{v}^{ij}$ に対して $\delta_{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})=N^{ij}$ であるようにとる．この対応は定値対応 δ_{ij} で連続である．

よって，これらの性質は Berge の最大値定理の条件を満たすので，$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は優半連続対応である．　$\square$

次に $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}})$ を用いて，対応 $g(\boldsymbol{v})$ を次のように定義しよう．

$$g(\boldsymbol{v})\equiv(g^{11}(\boldsymbol{v}^{11}),\,g^{12}(\boldsymbol{v}^{12}),\,\cdots,\,g^{\tilde{i}\tilde{j}}(\boldsymbol{v}^{\tilde{i}\tilde{j}}))$$

すなわち，$g: V \to N$ である．

すると，対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ が $\boldsymbol{v}^{ij}$ に関して優半連続対応なので，対応 $g(\boldsymbol{v})$ は $\boldsymbol{v}$ に関して優半連続対応である[6)].

定理 3：均衡解の存在

$Z \subset R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ はコンパクト凸集合，$V \subset R^{\tilde{i}\tilde{j}\tilde{j}}$ は非空なコンパクト凸集合，$\zeta: P \to Z$ は，非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応とし，$v: P \times N \to V$ は連続であるとする．さらに，すべての $\boldsymbol{z} \in \zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ とすべての $\boldsymbol{p} \in P$ に対して $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z} = 0$ と仮定し，すべての $\boldsymbol{v} \in v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ とすべての $\boldsymbol{n} \in N$ に対して $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} = 0$ と仮定する．このとき，$\boldsymbol{p}^* \in P$，$\boldsymbol{n}^* \in N$，$\boldsymbol{z}^* \in \zeta(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*)$，$\boldsymbol{v}^* \in v(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*)$ が存在して，$z_i^* \leq 0$ かつ $v_{ij}^* \leq 0$ である．このとき

$$p_i^* > 0 \quad \text{ならば} \quad z_i^* = 0 \qquad \text{または} \quad z_i^* < 0 \quad \text{ならば} \quad p_i^* = 0,$$

$$n_{ij}^* > 0 \quad \text{ならば} \quad v_{ij}^* = 0 \qquad \text{または} \quad v_{ij}^* < 0 \quad \text{ならば} \quad n_{ij}^* = 0$$

である．

(証明) 写像 $\phi: P \times N \times Z \times V \to P \times N \times Z \times V$ を，つぎのように定義する[7)].

$$\phi(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{v}) = \mu(\boldsymbol{z}) \times g(\boldsymbol{v}) \times \zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}) \times v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}) \ \text{for} \ \forall (\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{v}) \in P \times N \times Z \times V$$

とする．このとき $P \times N \times Z \times V$ は非空なコンパクト集合である．なぜならば，P，N，Z，V ともに非空なコンパクト集合であるからである．また，対応 μ，ζ が前節の分析から非空なコンパクト凸値をとる優半連続対応である．また，v，g もまた補題 1，4 から，同じく非空なコンパクト凸値をとる優半連続対応である．したがって，ϕ も同じ性質をもつ．

すると，角谷の不動点定理から $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{z}^*, \boldsymbol{v}^*) \in \phi(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{z}^*, \boldsymbol{v}^*)$ が存在する．すなわち，

$\boldsymbol{p}^* \in \mu(\boldsymbol{z}^*)$，$\boldsymbol{n}^* \in g(\boldsymbol{v}^*)$，$\boldsymbol{z}^* \in \zeta(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*)$，$\boldsymbol{v}^* \in v(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*)$ について，

$$0 = \boldsymbol{p}^* \cdot \boldsymbol{z}^* \quad \geq \quad \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z}^* \quad \forall \boldsymbol{p} \in P,$$

$$0 = \boldsymbol{n}^* \cdot \boldsymbol{v}^* \quad \geq \quad \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v}^* \quad \forall \boldsymbol{n} \in N$$

となる．　□

定理 3 によると，経済主体が自らの効用最大化を目指して自由に経済立地環境を選択できるとき，経済主体の分布が変化しなくなるような効用水準が存在する．そのような値は，効用と

6)　Moore, *Mathematical methods for economic theory 2* (1999) の pp. 162 を参照。

7)　この写像は，大谷順彦教授 (九州産業大学) の助言に負っている。

経済主体分布の「永続的」な均衡値である．これに対応する消費および価格の均衡値は定理 2 によって決定され，「永続的」な値である．したがって，定理 3 は，経済主体にとって経済環境が選択可能である場合，定理 2 とともに「永続的」な市場均衡解を保障する．言い換えると，これら 2 つの定理は，市場均衡の存在を選択可能な経済環境の場合に拡張している．住宅立地のように異なる地点でいくつかの財の価格が変化する経済モデルは，ここで分析したモデルで統一的に理解することができる．これが本稿の経済分析に対する貢献と考えられる．

4　都市経済モデルへの接近

本稿で展開した選択可能な経済環境下の均衡モデルは，空間的広がりをもつ経済の中で地点によって価格が異なるような財あるいはサービスを伴う経済モデル，例えば都市経済の住宅立地モデルのような経済モデルの一般化をめざした分析である．では，本稿の市場均衡モデルは都市経済モデルにどのように関連付けられるのだろうか．本節では，これらの関連付けをとおして，都市経済モデルが均衡モデルの視点からどのように理解することができるかを検討する．

都市経済モデル

はじめに標準的な住宅立地モデルとして単一中心都市モデルを簡単に概観しよう[8]．単一中心都市モデルでは，都市は円形の形状をしてその中心に都市中心部が位置する．消費者は，都市内の地点に居住して中心部の職場まで通勤して所得を得て，その所得から通勤費を差し引いた後の可処分所得を財・サービスの消費にあてる．消費者は嗜好において同質的であると仮定されるので，均衡状態では居住地点に関係なく同一の効用水準を実現する．このとき都市境界における地代 (農業地代) が都市の経済活動にとって所与であることが，都市の規模を決定し，閉鎖都市モデルの場合，都市人口が外生的に所与であることから，都市住民の効用が内生的に決定される．

都市経済モデルの消費者の均衡立地分析からで明らかになることは，住宅サービス (土地) の数量が都市中心部からの距離に対して増加関数であり，住宅サービスの価格が距離の減少関数になることである．また，都市の均衡分析の関心は，与件としてのパラメーターの変化が経済変数に及ぼす影響の分析に向けられる．それは，外生人口の変化，境界地代の変化，消費者の所得の変化，通勤費用パラメーターの変化が，住宅サービス数量，価格，都市規模，消費者

8)　例えば，Brueckner, ‘The Structure of Urban Equilibria: A Unified Treatment of the Muth-Mills Mode’ (1987) を参照。

の効用に及ぼす影響である．

したがって，都市経済モデル分析の関心は，おもに均衡状態の経済変数がパラメーターの変化によってどのように変化するかという比較静学分析にあり，本稿のような均衡そのものの分析，都市経済の均衡の形成に関する分析とは異なる．けれども，本稿の分析目的の一つに本稿の市場均衡モデルが都市経済モデルに対してどのように関連付けられるかを分析することにあるので，その分析のために都市経済モデルの基本的な設定を箇条書きに表してみる．

住宅立地モデルの設定

A1.　都市は中心部からの距離によって区別される

A2.　消費者は都市内に居住し，職場のある中心部 (CBD) まで通勤する

A3.　すべての消費者は同一の名目所得を稼ぐ

A4.　通勤費用のために，財・サービスの消費にあてることのできる通勤費用控除後の所得が居住地点によって異なる

A5.　消費者は嗜好において同一で，その効用関数が同じである

A6.　消費者の財に対する嗜好は立地点に無関係である

A7.　消費のための財・サービスが住宅サービス (土地) とそれ以外の合成財である

A8.　閉鎖都市モデルの場合，都市人口が外生的に与えられる

A9.　都市境界における地代 (農業地代) が外生的に与えられる

本稿のモデルとの対応

A1.の距離によって区別される地点は，経済環境に対応し，A2.で都市内の各地点に居住することは，異なる経済環境に立地することである．したがって，基本的設定の A1，A2 は本稿のモデルに経済環境に対応する．所得に関する仮定が本稿と都市経済モデルと決定的に異なる点である．本稿では，各経済主体は財を初期保有してこれを所得の源泉としているが，住宅立地モデルの場合，名目所得が経済主体にとって所与になっている．しかも，住宅立地モデルの場合，A4.の通勤費用のために財の消費に充てることのできる可処分所得が立地点ごとに異なり，中心部から遠ざかるほど小さくなる．本稿の場合，所得の源泉である初期保有の財をどのように住宅立地モデルでの可処分所得に対応させるかが需要である．A5.の効用関数は，基本的に本稿の仮定と同じである．A6.は，住宅立地モデルで最も標準的仮定である．本稿のモデルでも，財に対する嗜好は経済環境に関係ないと想定することが可能である．A7.の中心部からの距離に対して価格が異なる住宅サービスあるいは地代は，本稿のモデルのローカル財に対応し，合成財は本稿の一般財に対応する．A8.の人口が所与の大きさであるのは，本稿で所与値である経済全体の人口規模に対応する．A9.によって地理的な広がりとしての都市規模が

決定されるが，本稿の場合，経済環境の大きさは所与である．

以上から，本稿の市場均衡モデルによって住宅立地モデルを近似するうえで重要な点は，

1．都市全体で名目所得が共通の大きさであること，
2．通勤費用の存在のために距離にしたがって通勤費用控除後の可処分所得が逓減すること

である．そのために経済主体による財の初期保有量を次のように仮定しよう．

仮定 1　同一タイプの経済主体は，財の初期保有として経済環境に関係なく，同量のローカル財と同量の一般財を保有する．すなわち，

（ｉ）　ローカル財：$\omega_{11}^{i1}=\omega_{12}^{i2}=\cdots=\omega_{1j}^{ij}=\cdots=\omega_{1\tilde{j}}^{i\tilde{j}}$　　$(i=1, 2, \cdots, \tilde{i})$

（ii）　一般財：$\omega_{l}^{i1}=\omega_{l}^{i2}=\cdots=\omega_{l}^{ij}=\cdots=\omega_{l}^{i\tilde{j}}$　　$(i=1, 2, \cdots, \tilde{i}, \ l=2, 3, \cdots, \tilde{l})$

これが都市経済モデルでの名目所得一定の仮定に対応する．同時に本稿のモデルにおいても財の消費に充てることのできる所得は，経済環境ごとに異なるという設定が必要である．それが可能な状況としては，都市経済モデルのように移動のためのコストがかかり，その結果，消費に充てることのできる所得が経済環境ごとに異なると想定することである．そのとき，経済主体はローカル財を，初期保有量の大きさをそのまま消費にあてることができるが，一般財については，移動のコストのために初期保有量より少ない量しか消費できないと想定することができるであろう．

仮定 2

（ｉ）ローカル財は，初期保有量をそのまま消費のために使用することができる．

（ii）一般財は，経済環境の番号が小さいほど，初期保有量の使用が容易になされる．容易さの度合いは，一般財の初期保有量の減少として現れ，それを初期保有量の残存係数で表す．各経済環境での残存係数 a_j を

$$1=a_1>a_2>\cdots>a_{\tilde{j}}>0$$

とおく[9]．

さらに経済環境に関して消費者の財に対する嗜好を次のように仮定する．

仮定 3　経済主体の嗜好は，経済環境の違いによって変化することはない．

9)　経済主体が選択した経済環境で消費をおこなうためには，なんらかの輸送コストがかかり，経済環境によりその大きさが異なり，「アイスバーグ」型の輸送費を想定するならば，仮定 2（ii）は妥当な仮定と考えられる。

予算制約と均衡解

仮定 1，2，3 のもとで，本稿のモデルが均衡解を持つことを示そう．仮定 1，2 のために第 2 節の分析と異なるのは，財の消費にあてることのできる所得，つまり予算である．

初期環境 j のタイプ i 経済主体が消費計画をたてる場合，経済環境の違いによって財の消費にあてることのできる所得は異なる．その可処分所得は，消費計画を行う経済環境が h ならば，$p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+a_h\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$ で，もし経済環境が h' ならば，$p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+a_{h'}\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$ である．よって，初期環境 j のタイプ i 経済主体が経済環境 h で消費計画をたてるとき，予算集合は

$$\beta^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)\equiv\left\{\left(x_{1h}^{ij}, \boldsymbol{x}^{ijh}\right)\in X_h^{ij}\,\middle|\,p_{1h}x_{1h}^{ij}+\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\leq p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+a_h\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right\}.$$

となる．このとき予算集合 $\beta^{ijh}\left(p_{1j}, p_{1h}, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)$ の領域は仮定 2 の残存係数 a_h のために第 2 節の予算集合と比較して小さくなるが，コンパクトで連続であるという性質は引き継がれる．したがって，需要対応 $\xi\left(\tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\right)$，超過需要 $\zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})$ もまた，非空かつコンパクトな連続対応である．したがって定理 2 の条件は満たされる．また，第 3 節の議論はそのまま適応されるので，定理 3 の条件も満たされる．したがって不動点 $\boldsymbol{p}^*$，$\boldsymbol{n}^*$，$\boldsymbol{z}^*$，$\boldsymbol{v}^*$ が存在する．

不動点について経済の均衡のための実行可能性条件を見ると，ローカル財の場合，第 2 節と同じであるが，一般財については，次のようになる．

$$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}x_{lh}^{ij}\leq\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ihj}a_h\omega_l^{ih}\quad(l=2, 3, \cdots, \tilde{l}\,)$$

さらに超過需要対応をみると，ローカル財の場合は第 2 節の式と同じであるが，一般財の場合は，次式のようになる．

$$\zeta_l(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n})\equiv\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}\xi_l^{ijh}\left(p_j, p_h, \tilde{\boldsymbol{p}}, \omega_{1j}^{ij}, \boldsymbol{\omega}^{ij}\right)-\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ihj}a_h\omega_l^{ih}.\qquad(l=1, 2, \cdots, \tilde{l}\,).$$

ローカル財の場合，第 2 節の分析がそのまま妥当するので，不動点が均衡解であるためには，変更になった一般財の実行可能性条件が満たされることを示す必要がある．それでは，一般財の実行可能性条件が満たされることを示そう．

初期経済環境 j のタイプ i 経済主体が経済環境 h で消費計画を立てるとき，予算制約は

$$p_{1h}x_{1h}^{ij}+\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\leq p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+a_h\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$$

である．初期環境 j から経済環境を h に変更して消費するタイプ i の経済主体の数は，n_{ijh} なので，その数だけ予算制約式の両辺を合計すると，

$$n_{ijh}p_{1h}x_{1h}^{ij}+n_{ijh}\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\leq n_{ijh}p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+n_{ijh}a_h\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$$

となる．さらに経済全体にわたってタイプ i 経済主体の予算制約式の両辺を合計すると，

$$\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}p_{1h}x_{1h}^{ij}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}$$

$$\leq\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}p_{1j}\omega_{1j}^{ij}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}a_h\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$$

この式の右辺と左辺は，次のように整理される．

$$\text{左辺}\quad=(p_{11},\cdots,p_{1\tilde{j}},p_2,\cdots,p_{\tilde{l}})$$
$$\times\left(\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ij1}x_{11}^{ij},\cdots,\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ij\tilde{j}}x_{1\tilde{j}}^{ij},\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}x_{2h}^{ij},\cdots,\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)$$

$$\text{右辺}\quad=(p_{11},\cdots,p_{1\tilde{j}},p_2,\cdots,p_{\tilde{l}})$$
$$\times\left(\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{i1h}\omega_{11}^{i1},\cdots,\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{i\tilde{j}h}\omega_{1\tilde{j}}^{1\tilde{j}},\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}a_h\omega_2^{ij},\cdots,\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}} n_{ijh}a_h\omega_{\tilde{l}}^{ij}\right)$$

上記の両辺の数量ベクトルの各項の比較は，第 2 節の実行可能配分条件 (b) の第 1 式と第 2 式となることがわかる．したがって本節で設定する経済でも不動点は均衡解である．

定理 4　第 2 節で定義したモデルは，仮定 1，2，3 のもとで市場均衡解を有する．

均衡解の性質

均衡解の性質を分析する．以下では，均衡状態での消費を明示するために，上付きの＊をつけて表す．すなわち，均衡消費をそれぞれ x_{1l}^{ih*}，x_{lh}^{ih*}（$h, j=1, \cdots, \tilde{j}, l=2, \cdots, \tilde{l}$）と表す．

はじめに，仮定 1，2 のもとでは，明らかにすべての経済環境での消費をみると，すべての財について初期保有量は均衡消費にはなり得ない．すなわち，異なる経済環境 $j\neq j'$ における均衡消費は $\omega_{1j}^{ij}=x_{1j}^{ij}=x_{1j'}^{ij'}=\omega_{1j'}^{ij'}$，$\omega_l^{ij}=x_{lj}^{ij}=x_{lj'}^{ij'}=\omega_l^{ij'}$ ではない．なぜならば，もし初期保有量がそのまま均衡消費量であるならば，仮定 2 の (ⅱ) より経済環境の番号が大きいほど一般財の消費は少なくなるので，同じタイプの経済主体でありながら，経済環境の違いで実現する効用に差が生じるからである．したがって，均衡消費は初期保有量とは異なる．以下では，初期環境 j のタイプ i 経済主体の均衡数量の分析を通して，均衡解の性質を明らかにする．

補題 5　初期環境 j のタイプ i 経済主体による，経済環境 $h<h'$ でのローカル財消費は $x_1^{ih*}\neq x_1^{ih'*}$ である．

(証明) 仮に，2 つの経済環境でローカル財の消費が等しい，すなわち，$x_{1h}^{ij*}=x_{1h'}^{ij*}$ と仮定してみよう．

選好の準凹性の性質から

$$p_{1h}x_{1h}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}\leq p_{1h}x_{1h'}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}$$

であり，また，同様に選好の準凹性の性質から

$$p_{1h'}x_{1h'}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}\leq p_{1h'}x_{1h}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}$$

である．これら 2 つの式から

$$\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k\left(x_{kh'}^{ij*}-x_{kh}^{ij*}\right)\leq 0\leq\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k\left(x_{kh'}^{ij*}-x_{kh}^{ij*}\right)$$

を得る．この式が成立するためには，$x_{kh}^{ij*}=x_{kh'}^{ij*}$，$(k=2,\cdots,\tilde{l})$ でなければならなず，このことは，h，h' での消費は，ローカル財，一般財ともに相等しいことを意味する．しかし，すでに検討したように，異なる経済環境での各財の消費量は等しくならない．よって，均衡でのローカル財消費は $x_{1h}^{ih*}\neq x_{1h'}^{ij*}$ である．　□

任意の $h<h'$ でのローカル財の均衡消費は，$x_{1h}^{ij*}>x_{1h'}^{ij*}$ または $x_{1h}^{ij*}<x_{1h'}^{ij*}$ に限定される．これに対応する一般財消費の可能な組み合わせは

$$\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}<\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}\qquad\left(x_{1h}^{ij*}>x_{1h'}^{ij*}\text{ の場合}\right),\tag{7}$$

$$\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}>\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}\qquad\left(x_{1h}^{ij*}<x_{1h'}^{ij*}\text{ の場合}\right).\tag{8}$$

となる．

なぜならば，もし $x_{1h}^{ij*}>x_{1h'}^{ij*}$ に対して $\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}>\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}$ ならば，環境 h の経済主体は，h' の経済主体より多く一般財へ支出することができる．一般財の価格は経済環境に関係なく同じ水準なので，h における経済主体は h' の経済主体より多く一般財を消費することができ，その結果，h の経済主体の効用が環境 h' の経済主体の効用より大きくなる．したがって，h，h' で同一水準の効用を実現するには，$\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}<\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}$ でなければならない．同様に，$x_{1h}^{ij*}<x_{1h'}^{ij*}$ に対して $\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}>\Sigma_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}$ であることが示される．

上記の 2 つの組み合わせの中で，第 2 のケースだけが成り立つことが以下のように示される．

性質 1　仮定 1，2，3 のもとで，初期時点の経済環境が j であるタイプ i 経済主体による，経済環境 h, h' $(h<h')$ におけるローカル財と一般財の均衡消費は，

$$x_{1h}^{ij*} < x_{1h'}^{ij*} \quad \text{かつ} \quad \sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k x_{kh}^{ij*} > \sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*}$$

である.

（証明）$x_{1j}^{ij*} > x_{1h'}^{ij*}$ かつ $\sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k x_{kh}^{ij*} < \sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*}$ のケースは，h，h' での可処分所得の関係

$$p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_h \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij} > p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_{h'} \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$$

に反することを示す.

消費 x_{1h}^{ij*}，x_{kh}^{ij*}（$k=2, 3, \cdots, \tilde{l}$）に対応する価格は p_{1h} と p_k なので，選好の準凹性の性質から

$$p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_h \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij} = p_{1h} x_{1h}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh}^{ij*} < p_{1h} x_{1h'}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*} \tag{9}$$

である.

他方，消費 $x_{1h'}^{ij*}$，$x_{kh'}^{ij*}$（$k=2, 3, \cdots, \tilde{l}$）に対応する価格は $p_{1h'}$ と p_k なので，同様にして，選好の準凹性から

$$p_{1h'} x_{1h'}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*} < p_{1h'} x_{1h}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh}^{ij*}$$

となる．これを変形して

$$p_{1h'}\left(x_{1h}^{ij*} - x_{1h'}^{ij*}\right) > \sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k \left(x_{kh'}^{ij*} - x_{kh}^{ij*}\right) \tag{10}$$

である．式(9)は

$$0 < p_{1h}\left(x_{1h}^{ij*} - x_{1h'}^{ij*}\right) < \sum_{k=2}^{\tilde{l}} p_k \left(x_{kh'}^{ij*} - x_{kh}^{ij*}\right) \tag{11}$$

と変形される．式(10)と(11)から

$$p_{1h}\left(x_{1h}^{ij*} - x_{1h'}^{ij*}\right) < p_{1h'}\left(x_{1h}^{ij*} - x_{1h'}^{ij*}\right)$$

となる．したがつて，$p_{1h} < p_{1h'}$ である．これから $p_{1h} x_{1h'}^{ij*} < p_{1h'} x_{1h'}^{ij*}$ なので

$$p_{1h} x_{1h'}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*} < p_{1h'} x_{1h'}^{ij*} + \sum_{k=1}^{\tilde{l}} p_k x_{kh'}^{ij*} = p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_{h'} \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij} \tag{12}$$

である．すると，(9)と(12)から，$h < h'$ での可処分所得が

$$p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_h \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij} < p_{1j}\omega_{1j}^{ij} + a_{h'} \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$$

となる．これは，h での可処分所得が h' でのそれより大きいことに反する． □

性質 2　仮定 1，2，3 のもとで，経済環境 $h<h'$ におけるローカル財の価格は，$p_{1h}>p_{1h'}$ である．

(証明)

この性質は，性質 1 の証明と同じようにして選好の準凹性を用いて証明される．

$$p_{1h}x_{1h}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}<p_{1h}x_{1h'}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}$$

$$p_{1h'}x_{1h'}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh'}^{ij*}<p_{1h'}x_{1h}^{ij*}+\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k x_{kh}^{ij*}$$

この 2 式変形すると，次式のようになる．

$$p_{1h}\left(x_{1h'}^{ij*}-x_{1h}^{ij*}\right)>\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k\left(x_{kh}^{ij*}-x_{kh'}^{ij*}\right), \tag{13}$$

$$0<p_{1h'}\left(x_{1h'}^{ij*}-x_{1h}^{ij*}\right)<\sum_{k=2}^{\tilde{l}}p_k\left(x_{kh}^{ij*}-x_{kh'}^{ij*}\right). \tag{14}$$

したがって ⒀ と ⒁ から，$p_{1h'}\left(x_{1h'}^{ij*}-x_{1h}^{ij*}\right)<p_{1h}\left(x_{1h'}^{ij*}-x_{1h'}^{ij*}\right)$ となるので

$$p_{1h'}<p_{1h}$$

を得る．　□

本節では，経済主体の初期保有量と経済環境に関しての選好を特定化することで，均衡消費量と価格についての性質 1 と 2 を導出した．その仮定は，経済主体による財の初期保有量は同一であるが，消費においては一般財の初期保有量が経済環境によって「氷」のように減少すること，そして，経済主体の財に対する選好が経済環境に関係ないことであった．その結果，性質 1 として同一タイプで初期経済環境が同一である経済主体については，均衡でのローカル財の消費は経済環境番号の増加に伴って増加し，一般財への支出は減少するという性質を得た．性質 2 では，ローカル財の価格が経済環境の増加に伴って下落することを確認した．

本節の分析は，市場均衡モデルを都市経済学の住宅立地モデルに関連づけを試みたものである．住宅立地モデルでは，都市中心部までの距離によって識別される住宅サービス (または，土地) があり，消費者はこの住宅サービス (または，土地) の消費と，距離には依存しない合成財の消費を決定する．通勤費用控除後の可処分所得は，中心部への距離の増加に伴って減少するので，均衡状態では，距離の増加にしたがって住宅サービスの消費は増加し，合成財の消費は減少する．住宅サービスの価格は距離に対して減少し，各距離における人口は増加する．

したがって，本稿の経済環境番号を都市中心部からの距離に対応させ，ローカル財を住宅サービスとして，一般財への支出を合成財として捉えるならば，本稿で得た性質は，これらの住宅モデルの分析結果に対応する．この意味において，本節で特定化したモデルは，住宅立地モデルを比較的良く近似していると考えられる．

しかしながら，本節で特定化したモデルと住宅立地モデルの間には，なお差異がある．本稿の性質 1 は，均衡における財消費の性質は同一タイプで同一の初期経済環境の経済主体の間でのみ成り立つことを主張する．したがって同一タイプでも経済環境が異なる経済主体の場合には，性質 1 は明らかでない．これに対して，住宅立地モデルの場合，住宅消費が都市中心部から遠ざかるに従って増加するという性質は，すべての経済主体に妥当する．それは，どのような経済主体でも都市中心部に近い地点での消費は，遠い地点での消費よりも大きいのである．この相違は，モデルが初期状態を前提にするかしないかの違いにある．住宅立地モデルの場合，経済主体の初期状態での立地点を仮定せずに均衡を分析する．本稿の場合，経済主体の初期立地状態を仮定して性質 1，2 が導出された．もし，本稿の分析で，経済主体のタイプが 1 つで初期立地点がただ 1 つの経済環境を想定するならば，結果は，住宅立地モデルで得られる財消費の性質に一致する．したがって，本稿の一般均衡分析からは，住宅立地モデルは，初期状態において 1 つの地点に集中していた経済主体が，均衡では都市全体に分布するように立地するものと考えることができる．

5　結び

本稿では，選択可能な経済環境のもとでの純粋交換経済の市場均衡を分析した．そこで想定した経済の特徴は，いくつかの財の価格が経済環境にしたがって変化し，経済主体が財の消費のために経済環境を選択することができる場合であった．

本稿の主な分析目的の 1 つに，このような経済での市場均衡が存在することを証明することがあり，その分析結果が定理 3 として得られた．定理 3 に先立って，定理 2 として経済環境に対して経済主体の分布が前提とされるような経済での「一時的」均衡が第 2 節で導出された．これは通常の一般均衡理論の成果を，経済主体の分布が所与であるケースに直接的に適用して得られた．第 3 節では，定理 3 として経済主体が自由に経済環境を選択できるような状況で経済主体の分布が均衡する状況，「永続的」均衡が得られた．価格と人口分布に対して経済主体の効用が定まる状況のもとで財の均衡価格と人口の均衡分布が同時に存在することを定理 3 として証明した．本稿の分析の成果は，このように市場均衡の存在証明を選択可能な経済環境の

場合に拡張したことにある．これによって財の価格が地点ごとに異なるような経済モデル，例えば，住宅立地，公共サービスの消費立地など，ただし経済環境が離散的な場合に限られるが，このようなモデルを含めて均衡解の存在を統一的に理解することが可能になると考えられる．

第 4 節では，もうひとつの分析目的として財の初期保有量と選好を特定化することで，都市経済学の住宅立地モデルへの近似を試みると同時に，均衡での財の消費と価格についての性質を明らかにした．経済主体による財の初期保有量が経済環境にかかわらず同一であるが，その消費においては一般財の初期保有量が「氷」のように減少すると同時に，経済環境に選好は関係ないという設定をすることによって，均衡における財消費と価格について住宅立地モデルの結論と同様の結果を導出することができた．この意味において，第 4 節で特定化したモデルは，住宅立地モデルを良く近似していると考えられる．同時に，本稿の市場均衡分析の視点からすると，住宅立地モデルは，初期状態において 1 つの地点に集中していた経済主体が，均衡では都市全体に分布するように立地するものと考えることができる．

本稿で分析したモデルには，なおいくつかの制約が残る．第 1 点は，ローカル財に関する仮定である．経済主体は，選択する 1 つの経済環境において財を消費すると仮定した．だが，経済主体が同時に 2 つ以上の経済環境を選択することは可能で，その 2 つ以上の経済環境で同時に財を消費することは，理論的には可能である．本稿では，そのような一般的なケースは排除した．ローカル財のような財の消費は，住宅のように，多くの場合立地する経済環境においてのみ消費されるので，このような点を考慮するならば，本稿の仮定は，部分的には支持されるかもしれない．

第 2 点は，本稿の分析は経済環境の離散性のもとでなされていることである．もし都市経済学における典型的な住宅立地モデルとの対応をより厳密に求めるならば，連続的な経済環境を仮定すべきである．そのような仮定にもとづく分析結果はより一般的に適用可能になる．しかしながら，本稿では，経済環境の離散性を用いて分析した．理由は分析の簡素化と扱いやすさのためである．今後の分析では，この仮定はより一般的な分析のために緩められるべきであろう．

第 3 点は，本稿の分析は生産の側面を含まない純粋交換経済にもとづいて分析を行っている．これは，分析の簡素化のためである．しかしながら，より完全な分析のためには，生産の側面を考慮することが望ましい．そのときには，どのように生産の側面を導入するか，例えば，あらゆる可能性を包含することが出来るように生産活動がすべての経済環境で可能であるというケースで分析するのか，それとも，生産活動が特定の経済環境に集中するような形で分析するのか，生産にかかわる設定を適切に定めることが必要であろう．

付録

Berge の最大値定理

$D \subset R^k$ かつ $X \subset R^l$ はコンパクトであると仮定する．$\beta : D \to X$ は非空な連続対応であり，$u : X \to R$ は連続関数であり，$\xi : D \to X$ は $\xi(\boldsymbol{d}) = \{\boldsymbol{x} \in \beta(\boldsymbol{d}) \mid u(\boldsymbol{x})$ が最大値をとる$\}$ とする．このとき，ξ は D 上で優半連続であり，$\boldsymbol{x} \in \xi(\boldsymbol{d})$ に対して関数 $v(\boldsymbol{d}) = u(\boldsymbol{x})$ は連続である．

角谷の不動点定理

K を非空，コンパクト，凸値部分集合とする．$\Gamma : K \to K$ を，非空，コンパクト凸値をもつ優半連続対応とする．そのとき不動点 $\boldsymbol{x}^* \in \Gamma(\boldsymbol{x}^*)$ が存在する．

参考文献

[1] Alonso, W., *Location and land use*, Harvard University Press., 1964.
[2] Arrow, K.J., and Hahn, F.H., *General Competitive Analysis*, Holden-Day. Inc., 1971.
[3] Brueckner, J.K. 'The Structure of Urban Equilibria: A Unified Treatment of the Muth-Mills Model', *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol.2, North-Holland, 1987.
[4] ドブリュー，G.（丸山徹訳）『価値の理論 経済均衡の公理的分析』東洋経済新報社，1977 (Debreu, Gerard, Theory of Value −*An Axiomatic analysis of Economic Equilibrium*−, Yale University Press, 1959.)
[5] Hildenbrand, W. and A.P. Kirman, *Equilibrium Analysis*, North-Holland, 1988.
[6] 慶田 收 「住宅立地の主体的均衡問題への公理的接近」，『現代経済学研究』第7号，1999.
[7] Mills, E.S., *Studies in the structure of the urban economy*, Johns Hopkins University Press, 1972.
[8] Moore, James C. *Mathematical methods for economic theory 2*, Springer-Verlag, 1999.
[9] Turnbull, G.E. 'The pure theory of household location: an axiomatic approach', *Journal of Regional Science*, vol.30, 549−562, 1990.
[10] Turnbull, G.E. 'The substitution theorem in urban consumer theory', *Journal of Urban Economics*, vol.33, 331−343, 1993.
[11] Villar, Antonio, *Equilibrium and Efficiency in Production Economies*, Springer-Verlag, 2000.
[12] Wheaton, W.C., 'A comparative static analysis of urban spatial structure', Journal of Economic Theory, vol.9, 223−237, 1974.

慶　田　　　收

Summary

Market Equilibrium under the Circumstances of Selectable Economic Conditions

This paper presents an analysis of market equilibrium under the circumstances with several discrete economic conditions by using pure exchange economy model. First, as preliminary analysis, it will show the ‘temporal’ market equilibrium under a given distribution of population over the different circumstances in section 2. Next, in section 3 our study will prove the existence of market equilibrium in the case that economic agents can choose their economic conditions freely for their utility maximization. Finally our research tries to approximate our model to the residential location model through the specified assumptions on initial endowments and agent’s preference, and it derives some properties of equilibrium consumptions and prices.